

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«Самарский государственный аграрный университет»

"УТВЕРЖДАЮ"



Проректор по учебной работе

Доцент И.Н. Гужин

(И.О. Фамилия)

2019 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ МАТЕМАТИКА

Направление подготовки: 38.03.02 Менеджмент

Профиль: Логистика

Название кафедры: Государственное и муниципальное управление

Квалификация: бакалавр

Формы обучения: заочная

Самара 2019

1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование у обучающихся комплекса компетенций, соответствующих их направлению подготовки, и необходимых для эффективного решения будущих профессиональных задач.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

– изучение основных понятий математики, необходимых для решения профессиональных задач;

– освоение математического аппарата, востребованного при проведении количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построении экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей.

2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.Б.04 «Математика» относится к базовой части дисциплин Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Дисциплина изучается в 1 и во 2 семестрах на 1 курсе в заочной форме обучения.

3 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ/ ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения ОПОП):

Карта формирования компетенций по дисциплине

Код компетенции	Результаты освоения ОПОП <i>Содержание компетенций</i>	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОК-3	способностью использовать основы экономических знаний в различных сферах деятельности	Знать: базовые экономические понятия, основы экономических явлений
		Уметь: находить и использовать экономическую информацию для принятия обоснованных решений в своей профессиональной деятельности
		Владеть: навыками определения основных показателей экономической эффективности деятельности в своей профессиональной сфере

ПК-10	<p>владением навыками количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления</p>	<p>Знать: методы количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, основы построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей</p>
		<p>Уметь: использовать основные методы количественного и качественного анализа информации при принятии управленческих решений, построения экономических, финансовых и организационно-управленческих моделей путем их адаптации к конкретным задачам управления</p>
		<p>Владеть: способностями проектировать и создавать экономические, финансовые и организационно-управленческие модели, адаптировать существующие модели к конкретным задачам менеджмента и развития организации.</p>

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ.

4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

Обучение по очной форме не предусмотрено

для заочной формы обучения

Вид учебной работы		Трудоемкость дисциплины		Семестры (кол-во недель в семестре)	
		Всего часов	Объем контактной работы	1 (20)	2 (19)
Аудиторная контактная работа (всего)		32	32	16	16
в том числе:	Лекции	12	12	6	6
	Практические занятия	20	20	10	10
Самостоятельная работа студента (СРС) (всего), в том числе:		148	-	56	92
СРС в семестре:	Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	54	-	21	33
	Подготовка к практическим занятиям	53	-	22	31
	Выполнение индивидуальных домашних заданий	32		13	19
	- подготовка к экзамену	9	-	-	9
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		экзамен	-	-	экзамен
Общая трудоемкость, час.		180	32	72	108
Общая трудоемкость, зачетные единицы		5	0,9	2	3

4.2 Тематический план лекционных занятий

Обучение по очной форме не предусмотрено

для заочной формы обучения

№ п./п.	Темы лекционных занятий	Трудоемкость, ч.
1.	Понятие матрицы. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Операции над матрицами. Обратная матрица.	2
2.	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства. Плоскость и ее уравнения: уравнение связки плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей	2
3.	Определение производной функции, ее геометрический и механический смысл. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и параметрически заданных функций. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.	2
4.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Метод замены переменной.	2
5.	Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	
6.	Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
Итого:		12

4.3 Тематический план практических занятий

Обучение по очной форме не предусмотрено

для заочной формы обучения

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
1	Вычисление определителей 2-го и третьего порядков. Формулы Крамера. Операции над матрицами.	2
2	Матричный способ решения СЛАУ. Решение СЛАУ методом Гаусса.	2
	Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Дифференциал функции	2
3	Неопределённый интеграл. Табличное интегрирование. Метод замены переменной.	2
4	Определенный интеграл и его геометрические приложения	2
5	Интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка	2
6	Непосредственный подсчет вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей.	2
7	Полная вероятность. Формула Байеса.	2
8	Вариационный ряд, его графическое представление и числовые характеристики	2
9	Проверка статистических гипотез. Критерии согласия Пирсона.	2
10	Корреляционно-регрессионный анализ	
Итого:		20

4.4 Тематический план лабораторных работ
Обучение по очной форме не предусмотрено

для заочной формы обучения

Данный вид работы не предусмотрен рабочим планом

4.5 Самостоятельная работа
Обучение по очной форме не предусмотрено

для заочной формы обучения

Номер раздела (темы)	Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
1-2	Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	Самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы, поиск информации по дисциплине в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	54
1-4	Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	53
1-2	Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение типовых задач по определенной теме дисциплины	32
1-2	Подготовка к промежуточной аттестации	Изучение вопросов, выносимых на экзамен с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, основной и дополнительной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	9
	ИТОГО		148

5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Обучающимся необходимо ознакомиться с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучая дисциплину необходимо равномерно распределять время на проработку лекций, самостоятельную работу по выполнению практических работ, самостоятельную работу по подготовке к практическим занятиям.

Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения;

помечать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Перед лекцией необходимо просмотреть конспект предыдущей лекции, разобрать и законспектировать теоретические вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к дополнительным литературным источникам, лектору или к преподавателю на практических занятиях. При подготовке к практическим занятиям ознакомиться с теоретическим материалом конспекта лекций и рекомендованными литературными источниками, соответствующими теме занятия. В начале занятия задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, предназначенных для самостоятельного решения. На занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, в случае затруднений обращаться к преподавателю. Обучающимся, пропустившим занятия, рекомендуется явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме пропущенного занятия. Домашние задания должны выполняться самостоятельно, предоставляться в установленный срок и соответствовать установленным требованиям по оформлению.

При работе с литературой следует обратить внимание на источники основной и дополнительной литературы, приведенные в рабочей программе. Для большего представления о дисциплине возможно ознакомление с периодическими изданиями последних лет, Интернет-источниками.

При подготовке к экзамену изучить конспекты лекций, практических работ и рекомендуемую литературу, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации. Рекомендуется широко использовать ресурсы ЭБС библиотеки академии

6 ОСНОВНАЯ, ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»:

6.1.Основная литература:

6.1.1. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : учебник / ред.: К.В. Балдин .— 2-е изд. — М. : ИТК "Дашков и К", 2015 .— 512 с. — ISBN 978-5-394-02103-9 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/286978>

6.1.2. Кургалин, С.Д. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии [Электронный ресурс] / Т.А. Чуракова, С.Д. Кургалин .— Воронеж : Издательский дом Воронежского государственного университета, 2014 .— 77 с. — 76 с. — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/294544>

Дополнительная литература:

6.2.1. Чеголин, А.П. Линейная алгебра и аналитическая геометрия [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А.П. Чеголин .— Ростов н/Д. : Изд-во ЮФУ, 2015 .— 149 с. — ISBN 978-5-9275-1728-2 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/637151>

6.2.2. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : методические указания [Электронный ресурс] / Беришвилли О.Н., Плотникова С.В. — Самара : РИЦ СГСХА, 2018 .— 100 с. — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/664299>

6.2.3. Основы математического анализа (модуль «Неопределенный интеграл») [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.К. Зубова, О.В. Острая, Л.М. Анциферова, Е.Н. Рассоха, Оренбургский гос. ун- т .— Оренбург : ОГУ, 2017 .— 120 с. — Авт. указаны на обороте тит. л. — ISBN 978-5-7410-1794-4 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/646128>

6.2.4. Основы математического анализа (модуль «Определенный интеграл и несобственные интегралы») [Электронный ресурс] : учеб. пособие / И.К. Зубова, О.В. Острая, Л.М. Анциферова, Е.Н. Рассоха, Оренбургский гос. ун- т .— Оренбург : ОГУ, 2017 .— 130 с. — Авт. указаны на обороте тит. л. — ISBN 978-5-7410-1851-4 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/646127>

6.2.5. Мирзоян, М.В. Математика [Электронный ресурс] : курс лекций / Т.Х. Саиег, М.В. Мирзоян .— Ставрополь : изд-во СКФУ, 2018 .— 153 с. — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/687995>

6.2.6. Анциферова, Л.М. Математика [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Е.О. Каракулина, Е.Н. Рассоха, Оренбургский гос. ун- т, Л.М. Анциферова .— Оренбург : ОГУ, 2015 .— 179 с. — ISBN 978-5-7410-1359-5 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/468882>

6.3. Программное обеспечение:

1. Microsoft Windows 7 Профессиональная 6.1.7601 Service Pack 1;
2. Microsoft Windows SL 8.1 RU AE OLP NL;
3. Microsoft Office Standard 2010;
4. Microsoft Office стандартный 2013;
5. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - стандартный Russian Edition;
6. WinRAR:3.x: Standard License – educational –EXT;
7. 7 zip (свободный доступ).

6.4. Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных:

1. <http://www.consultant.ru> - Справочная правовая система «Консультант Плюс»;
2. <http://www.garant.ru> - Справочно-правовая система по законодательству Российской Федерации;
3. <https://rucont.ru> - [Национальный цифровой ресурс «Руконт»](#).

7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущей и промежуточной аттестации ауд. 103 (г. Самара, проспект Масленникова, д.37)	Аудитория на 24 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы, стулья, лавки, учебная доска) и техническими средствами обучения (проектор, экран).

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущей и промежуточной аттестации ауд. 105 (г.Самара, проспект Масленникова, д.37)	Аудитория на 18 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы, стулья, лавки, учебная доска) и техническими средствами обучения (проектор, экран).
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования, групповых и индивидуальных консультаций, текущей и промежуточной аттестации ауд. 204 (г.Самара, проспект Масленникова, д.37)	Аудитория на 34 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы, стулья, лавки, учебная доска) и техническими средствами обучения (проектор, экран).
4	Помещение для самостоятельной работы студентов ауд. 3310а (читальный зал). Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.	Помещение на 6 посадочных мест, укомплектованное специализированной мебелью (компьютерные столы, стулья) и оснащенное компьютерной техникой (6 рабочих станций), подключенной к сети «Интернет» и обеспечивающей доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.

8 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1 Виды и формы контроля по дисциплине

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнении заданий на практических занятиях, выполнении разноуровневых заданий, решение кейс- задач. Текущему контролю подлежит посещаемость обучающимися аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения компетенций является промежуточная аттестация в форме экзамена, проводимая с учетом результатов текущего контроля.

8.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Оценочные средства для проведения текущей аттестации

Решение разноуровневых заданий

1. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ тремя способами:

- 1) по правилу треугольника; 2) раскладывая по элементам второй строки;
- 3) раскладывая по элементам первого столбца.

2. Для двух матриц A и B найти: 1) линейную комбинацию матриц $\alpha A + \beta B$; 2) произведение матриц AB и BA ; 3) обратную матрицу A^{-1} , если $\alpha = -2$, $\beta = 3$,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Решить систему $\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$ двумя способами: 1) с помощью

обратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

5. Решить систему линейных уравнений $A \cdot X = B$ методом Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

№2

1. Даны координаты вершин пирамиды $ABCD$: $A(1,1,1)$, $B(-1,0,2)$, $C(3,-3,0)$, $D(2,3,4)$. Найти: 1) Координаты векторов \vec{AB} и \vec{AC} ; 2) угол φ между векторами \vec{AB} и \vec{AC} ; 3) $np_{\vec{AB}}\vec{AC}$; 4) площадь грани ABC и ее высоту h , опущенную на ребро A_1A_3 ; 4) объем пирамиды $ABCD$ и ее высоту H , опущенную из вершины D .

2. Написать разложение вектора $\vec{x} = (3, -2, 7)$ по векторам $\vec{a}_1 = (4, -5, 1)$,

$$\vec{a}_2 = (1, -1, 3), \vec{a}_3 = (1, -2, -2).$$

3. Даны координаты вершины треугольника ABC : $A(4, 3)$, $B(16, -6)$, $C(20, 16)$. Требуется найти: 1) уравнения сторон AB и BC и их угловые коэффициенты; 2) длину стороны AB ; 3) угол B в радианах; 4) уравнение высоты CD и ее длину; 5) уравнение медианы AE и координаты точки K пересечения этой медианы с высотой CD ; 6) уравнение прямой, проходящей через точку K параллельно стороне AC ; 7) координаты точки M , расположенной симметрично точке A относительно прямой CD .

4. Найдите расстояние от точки $M_0(1, -1, 4)$ до плоскости, проходящей через три точки $M_1(1, 5, 7)$, $M_2(-3, 6, 3)$ и $M_3(-2, 7, 3)$.

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку $A(3, -4, 1)$ перпендикулярно вектору \vec{BC} , где $B(5, 3, -4)$, $C(7, 8, 3)$.

6. Найдите угол между плоскостями $x - \sqrt{2}y + z - 1 = 0$ и $x + \sqrt{2}y + z + 3 = 0$.

7. Найти координаты точки M пересечения плоскости $\pi: x - y + 2z + 3 = 0$ и прямой $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$.

8. Найти канонические уравнения прямой, заданной в общем виде:

$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$$

9. Построить кривые второго порядка и выписать их характеристики: 1) $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$; 2) $3x^2 - y^2 - 12 = 0$; 3) $y^2 + 4y - x + 5 = 0$.

№3

1. Найти пределы функций: а) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$, б) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$, в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x^2 + x + 1}$, г) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\arctg 2x}$, д) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x+2}$.

2. Исследовать на непрерывность функции: $y = \frac{x}{x-3}$.

3. Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

$$y = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1 \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2. \\ x - 5, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

№5

1. Продифференцировать данные функции:

$$a) y = x^5 + \frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} + 3; \quad б) y = x^3 \cdot \sin x;$$

$$в) y = \frac{x^2 + 1}{\arctg x}; \quad з) y = 2^x \cdot \operatorname{tg} x.$$

2. Вычислить производные сложной функции:

$$a) y = \arctg \sqrt{x}; \quad б) y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \cos^2 x;$$

$$в) y = \ln \sin(x^3 + 2); \quad з) y = \operatorname{arcc} \operatorname{tg}(e^{\cos 3x}).$$

3. Найти производную y'_x функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

4. Пользуясь правилом Лопиталья, найти указанные пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3x + 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{\cos x - \cos 3x}; \quad з) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

№6

1. Найти частные производные и частные дифференциалы функции $w = (xy^2)^{z^3}$.

2. Вычислить значения частных производных для функции $u = \ln^2(x^2 + y^2 - z^2)$ в точке $M(2, 1, 1)$. Записать полный дифференциал указанной функции.

3. Найти частные производные функции $z = \sin(uv)$, где $u = 2x + 3y$; $v = xy$.

4. Найти полную производную функции $u = x + y^2 + z^3$, где $y = \sin x$; $z = \cos x$.

5. Найти производную функции y , заданной неявно уравнением $x^3 + y^3 - e^{xy} - 5 = 0$.

6. Найти частные производные второго порядка функции $z = e^{x^2 y^2}$.

7. Дана функция $u = x^2 + y^2 + z^2$. Найти производную $\frac{\partial u}{\partial l}$ в точке $M(1, 1, 1)$ в направлении вектора $l = 2i + j + 3k$.

8. Дана функция $u = x^2 + y^2 + z^2$. Определить градиент в точке $M(1, 1, 1)$ и производную от функции u в данной точке в направлении градиента.

№7

Вычислить неопределенные интегралы:

1. $\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}} dx$	7. $\int x 5^x dx$	13. $\int \sin 2x \cos 5x dx$
2. $\int e^{\frac{x}{3}} dx$	8. $\int x^2 \sin x dx$	14. $\int \sin^4 3x dx$
3. $\int \frac{e^x dx}{3 + 4e^x}$	9. $\int \operatorname{arctg} x dx$	15. $\int \sin^3 2x dx$
4. $\int \frac{dx}{\sqrt{1 - 5x^2}}$	10. $\int \frac{dx}{x^2 + x - 1}$	16. $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$
5. $\int \frac{\arccos^3 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$	11. $\int \frac{x dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$	17. $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x + 1}}$
6. $\int 4^{\operatorname{ctg} x} \frac{dx}{\sin^2 x}$	12. $\int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx$	18. $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 5}$

№8

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

1. $e^{x+3y} dy = x dx$
2. $(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2$
3. $y - xy' = y \sec \frac{y}{x}$

Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$, $y(0) = 0$.

№9

1. Из двух перетасованных совместно колод извлекаются две карты. Какова вероятность того, что 1) обе карты масти крести; 2) хотя бы одна карта масти крести?

2. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение часа 0,75. а второго 0.8. Какова вероятность того, что в течение часа будет нарушение в работе только одного станка, если станки работают независимо друг от друга?

3. В мясной цех поступает свинина из трех свиноводческих хозяйств. Первое хозяйство поставляет 45% от общей массы свиного мяса, второе – 40%, третье – 15%. Поставки первого хозяйства содержат 30% свинины, превышающей норму содержания сала, второго – 20%, а третьего – 10% такой свинины. Какова вероятность того, что взятая случайным образом свиная туша будет соответствовать норме содержания сала?

4. В хлебопекарне имеется 6 контейнеров для готовой продукции. При существующем режиме работы вероятность того, что в данный момент контейнер полностью загружен равна 0.8. Какова вероятность того, что в данный момент загружены не более четырех контейнеров? Найти наивероятнейшее число полностью загруженных контейнеров.

5. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена а) ровно 85 раз; б) не менее 75 раз?

6. Среднее число заявок, поступающих на склад в течение месяца, равно двум. Какова вероятность того, что в течение трех месяцев поступит а) ровно 3 заявки, б) более трех заявок?

7. Производится стрельба по удаляющейся цели из орудия. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,8; при втором – 0,4. Случайная величина X – число попаданий в цель при двух выстрелах. Составить закон распределения. Построить график функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

8. Длина изготавливаемой детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина детали равна 50 мм, а дисперсия - $0,25\text{мм}^2$. Какое поле допуска длины изготавливаемой детали можно гарантировать с вероятностью 0,99?

№10

Задана двумерная выборка XU . Для выборок X и U необходимо:

- 1) Составить интервальный ряд распределения;
- 2) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- 4) Построить гистограмму относительных частот;
- 5) Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсона при уровне значимости 0,05;
- 6) Построить график теоретической плотности вероятности;
- 7) Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания генеральной совокупности с надежностью 0,95;
- 8) Составить корреляционную таблицу и в предположении о линейной зависимости между X и U найти выборочный коэффициент корреляции;
- 9) Проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05;
- 10) Найти выборочные уравнения прямой линии регрессии U на X и прямой линии регрессии X на U и построить графики на корреляционном поле.

Пример выполнения задания №1.

1. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$ тремя способами:

- 1) по правилу треугольника;
- 2) раскладывая по элементам второй строки;
- 3) раскладывая по элементам первого столбца.

Решение. 1) Вычисляем определитель, применяя правило треугольника:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) \cdot 5 - 2 \cdot 4 \cdot 1 =$$

$$= 10 - 6 + 10 - 8 = 6.$$

2) Вычисляем определитель по теореме Лапласа, раскладывая по элементам второй строки: $D = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$.

Если в определителе D зачеркнуть вторую строку и первый столбец, то получим: $M_{21} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 4$.

Алгебраическое дополнение A_{21} элемента a_{21} определителя D равно минору этого элемента M_{21} взятому с обратным знаком, так как сумма номеров строки и столбца – число нечетное:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = -M_{21} = 4.$$

Аналогично вычисляются алгебраические дополнения A_{22} и A_{23} . Получаем

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} =$$

$$= 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = 6.$$

б) Разложение определителя по элементам первого столбца имеет вид: $D = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$. Заметим, что A_{31} вычислять не требуется, так как $a_{31} = 0$, следовательно, и $a_{31}A_{31} = 0$.

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-4) = 6.$$

2. Для двух матриц A и B найти: 1) линейную комбинацию матриц $\alpha A + \beta B$; 2) произведение матриц AB и BA ; 3) обратную матрицу A^{-1} , если $\alpha = -2$, $\beta = 3$,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Решение. 1) Матрицы одинакового порядка 3×3 , следовательно, операция сложения определена.

$$\alpha A + \beta B = -2 \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & -6 \\ -6 & -4 & -4 \end{pmatrix} +$$

$$+ \begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 6 & 0 & 3 \\ -6 & 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & -11 \\ 2 & 2 & -3 \\ -12 & -1 & -5 \end{pmatrix}.$$

2) Произведение AB имеет смысл, так как число столбцов матрицы A равно числу строк матрицы B . Находим матрицу $C=AB$:

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -4 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) & -4 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & -4 \cdot (-3) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -6 & -7 & 15 \\ -6 & 7 & 2 \\ 3 & 8 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вычислим произведение BA

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 \\ 2 \cdot (-4) + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ (-2) \cdot (-4) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & -2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \\ 19 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

3. Находим определитель матрицы A :

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-8) + 7 = 39. \text{ Так как } \det A \neq 0, \text{ то существует}$$

обратная матрица A^{-1} .

Вычислим алгебраические дополнения A_{ij} всех элементов матрицы A :

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -11; \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1; \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14; \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$

Используя формулу (9) составляем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{pmatrix}.$$

3. Определить ранг матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}$.

Решение. Для того чтобы найти ранг матрицы, необходимо с помощью элементарных преобразований привести ее к треугольному виду и найти ранг полученной матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{2j} \rightarrow -3 \cdot a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -3 \cdot a_{1j} + a_{3j} \\ a_{4j} \rightarrow -6 \cdot a_{1j} + a_{4j}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{4j} \rightarrow -a_{3j} + a_{4j} \\ a_{3j} \rightarrow 9 \cdot a_{2j} + a_{3j}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ранг треугольной матрицы равен числу ненулевых строк матрицы, следовательно, $\text{rang } A = 3$.

4. Решить систему $\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$ двумя способами: 1) с помощью

обратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

Решение. 1) Введем обозначения $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 4 \\ -15 \\ 19 \end{pmatrix}$, $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$.

Вычислим определитель системы

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -16 \\ 2 & -1 & -5 \\ 7 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 7 & -16 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -7 \begin{vmatrix} 1 & -16 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= -7 \cdot 15 = -105$$

$\det A \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$ существует. Найдем элементы обратной матрицы A^{-1} :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -33, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -13,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 9, \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 14, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} = -16, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 3,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7.$$

Согласно формуле (9) имеем: $A^{-1} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 & -13 & -16 \\ -33 & 9 & 3 \\ 7 & 14 & -7 \end{pmatrix}$.

Тогда решение системы запишется в виде (12):

$$X = A^{-1}B = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 - 13(-15) - 16 \cdot 19 \\ -33 \cdot 4 + 9(-15) + 3 \cdot 19 \\ 7 \cdot 4 + 14(-15) - 7 \cdot 19 \end{pmatrix} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} -105 \\ -210 \\ -315 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Таким образом, $x = 1, y = 2, z = 3$.

2) Вычислим определитель $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105 \neq 0$, следовательно,

система имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера (13). Вычислим вспомогательные определители:

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -15 & -1 & -5 \\ 19 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & -15 & -5 \\ 5 & 19 & 4 \end{vmatrix} = -210,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -15 \\ 5 & 1 & 19 \end{vmatrix} = -315.$$

Отсюда $x = \frac{-105}{-105} = 1, y = \frac{-210}{-105} = 2, z = \frac{-315}{-105} = 3$.

5. Решить систему линейных уравнений $\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$ методом

Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

Решение. Преобразуем расширенную матрицу системы при помощи элементарных преобразований к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & | & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 & 3 & | & 4 \\ 1 & 5 & -9 & -8 & 1 & | & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{2j} \rightarrow -3a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -a_{1j} + a_{3j}}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & | & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & | & 1 \\ 0 & 4 & -7 & -7 & 0 & | & -1 \end{pmatrix} =$$

$$\xrightarrow{a_{3j} \rightarrow a_{2j} + a_{3j}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & | & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & | & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & | & 0 \end{pmatrix}.$$

$\text{rang} A = \text{rang} A^* = r = 2$ и, согласно теореме Кронекера-Капелли, система совместна, при этом число неизвестных $n = 5, r = 2 \Rightarrow$ система имеет бесконечное множество ненулевых решений.

Выберем базисными переменными x_1, x_2 , так как базисный минор $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \neq 0$, остальные переменные x_3, x_4, x_5 объявляем свободными и переносим в правые части уравнений. Исходная система свелась к эквивалентной системе

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 + 2x_3 + x_4 - x_5, \\ -4x_2 = 1 - 7x_3 - 7x_4, \end{cases}$$

которая соответствует преобразованной расширенной матрице.

Выражая базисные переменные через свободные, получим общее решение

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}x_3 - \frac{3}{4}x_4 - x_5, \\ x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{7}{4}x_3 + \frac{7}{4}x_4. \end{cases}$$

При $x_3=x_4=x_5=0$ имеем $x_1 = \frac{5}{4}$, $x_2 = -\frac{1}{4}$, таким образом $(\frac{5}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 0)$

– базисное решение. В качестве одного из частных решений можно взять $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 1)$.

Критерии оценки индивидуального творческого задания:

– **оценка «зачтено»** выставляется обучающемуся, если работа выполнена своевременно и в ней изложено правильное и полное решение всех задач с необходимыми теоретическими обоснованиями;

– **оценка «не зачтено»** выставляется обучающемуся, если работа содержит менее 50% правильно и полностью решенных задач без необходимых теоретических обоснований.

Кейс-задачи

Кейс-задача 1. При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,2.

(I) Составить закон распределения случайной величины X – числа бракованных изделий, если изготовлено три изделия.

(II) Пусть при производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере тыс. руб., $a=20$ при производстве небракованного изделия получает прибыль в размере $b=10$ тыс. руб. Тогда математическое ожидание прибыли предприятия равно ____ тыс. руб.

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если значения убытка a и прибыли b равны ...

- 1) $a = 40, b = 10$ 2) $a = 20, b = 5$
3) $a = 10, b = 40$ 4) $a = 5, b = 20$

(выберите два и более вариантов ответа)

Кейс-задача 2. Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток можно описать уравнением

$\frac{dS}{dt} = 10 + 4t$, где $S(t)$ – объем поступившей в озеро воды (в m^3) за время t (в часах), $0 \leq t \leq 24$.

Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью $58 \text{ м}^3/\text{ч}$. В момент времени $t=0$ объем воды в озере составил 30000 м^3 .

(I) Составить математическую модель для нахождения объема воды в озере в момент времени t .

(II) Если в момент времени $t=18$ сток воды из озера был перекрыт и до конца суток вода из озера не вытекала, то объем воды в озере в конце дня ($t=24$) будет равен _____ м^3

Кейс-задача 3. Вероятности того, что произвольная деталь окажется бракованной в результате предварительной механической и термической обработки, равны соответственно 0,25 и 0,2.

Вероятности того, что брак можно устранить путем дополнительной обработки, соответственно равны 0,6 и 0,5.

(I) Если событие A – деталь окажется бракованной в результате предварительной механической обработки, событие B – деталь окажется бракованной в результате предварительной термической обработки, а событие C – деталь имеет устранимый брак после предварительной обработки, то верным является соотношение:

1) $P(C) = P(A)P(C/\bar{A}) + P(B)P(C/\bar{B})$

2) $P(C) = P(A)P(C/A) + P(B)P(C/B)$

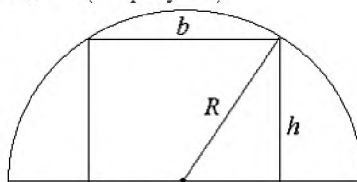
3) $P(C) = P(\bar{A})P(C/A) + P(\bar{B})P(C/B)$

4) $P(C) = P(\bar{A})P(C/\bar{A}) + P(\bar{B})P(C/\bar{B})$

(выберете один вариант ответа)

(II) Пусть P – вероятность того, что хотя бы одна из трех случайно взятых после предварительной подготовки деталей будет иметь неустранимый брак, тогда значение выражения $1000P$ равно...

Кейс-задача 4. Из половины круглого бревна с радиусом $R = 10\sqrt{2}$ см вытесывается балка с прямоугольным поперечным сечением, основание которого равно b и высота h (см. рисунок).



Оставшаяся часть бревна поступает в отходы.

(I) Значение высоты балки h , при котором количество отходов будет минимальным, равно _____ см.

(введите ответ в поле)

(II) Пусть S_0 – площадь балки в случае квадратного поперечного сечения ($b = h$), а S_{\max} – наибольшая возможная площадь поперечного сечения балки. Тогда

$100 \frac{S_{\max}}{S_0}$ равно ...

(введите ответ в поле)

Пример решения кейс-задачи 1

(I) Составим закон распределения случайной величины X , используя теорему умножения для независимых событий:

$$P_3(0) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,512$$

$$P_3(1) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,384$$

$$P_3(2) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,096$$

$$P_3(3) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$$

X	0	1	2	3
p	0,512	0,384	0,096	0,008

(I) Составим закон распределения случайной величины X (прибыль)

X	$3b$	$2b-a$	$b-2a$	$-3a$
p	0,512	0,384	0,096	0,008

При $a = 20$, $b = 10$ получаем:

X	30	0	-30	60
p	0,512	0,384	0,096	0,008

Математическое ожидание прибыли составит:

$$30 \cdot 0,512 - 30 \cdot 0,096 + 60 \cdot 0,008 = 12 \quad (\text{тыс. руб}).$$

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если

$$3b \cdot 0,512 + (2b - a) \cdot 0,384 + (b - 2a) \cdot 0,096 + (-3a) \cdot 0,008 = 0,$$

$$2,4b = 0,6a \quad \Rightarrow \quad a = 4b.$$

Критерии и шкала оценки при оценке решения кейс-задачи:

- **оценка «зачтено»** выставляется обучающемуся, если при решении задачи составлен правильный закон распределения случайной величины X , проведены верные расчеты числовых характеристик случайной величины X ;

- **оценка «не зачтено»** выставляется обучающемуся, если неверно составлен закон распределения случайной величины X или проведены неверные расчеты числовых характеристик случайной величины X с использованием правильно составленного закона распределения случайной величины X .

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Экзамен по дисциплине проводится по экзаменационным билетам, содержащим 3 вопроса.

- 21) Канонические уравнения кривых второго порядка: эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.
- 22) Уравнение связки плоскостей.
- 23) Общее уравнение плоскости и его частные случаи.
- 24) Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках.
- 25) Нормальное уравнение плоскости.
- 26) Расстояние от точки до плоскости.
- 27) Взаимное расположение плоскостей.
- 28) Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; векторное уравнение прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки.
- 29) Изменение формы уравнений прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
- 30) Предел функции, основные свойства пределов.
- 31) Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
- 32) Непрерывность функции в точке и на интервале.
- 33) Определение производной функции, ее геометрический смысл.
- 34) Основные правила дифференцирования.
- 35) Производная сложной и параметрически заданных функций.
- 36) Дифференциал функции.
- 37) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 38) Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
- 39) Теорема Лопиталя.
- 40) Экстремум функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика.
- 41) Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП.
- 42) Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций.
- 43) Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
- 44) Производная по направлению. Градиент функции.
- 45) Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
- 46) Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве.
- 47) Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства.
- 48) Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной.
- 49) Интегрирование по частям.
- 50) Интеграл от функций, содержащих квадратный трехчлен.
- 51) Интегрирование рациональных дробей.
- 52) Интегрирование тригонометрических функций.
- 53) Интегрирование некоторых иррациональных функций. Понятие о неинтегрируемости функций.
- 54) Определенный интеграл - определение и свойства.

- 55) Связь между определенным интегралом и первообразной функцией. Формула Ньютона-Лейбница.
- 56) Геометрические и механические приложения определенного интеграла.
- 57) Несобственные интегралы первого и второго рода
- 58) Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши.
- 59) Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
- 60) Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 61) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли
- 62) Уравнения в полных дифференциалах
- 63) Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
- 64) Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
- 65) Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
- 66) Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений второго порядка с постоянными коэффициентами. Применение аппарата дифференциальных уравнений в механике.
- 67) Числовые ряды - определение, действия над ними.
- 68) Понятие сходимости, свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости.
- 69) Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости Даламбера, Коши, сравнения рядов.
- 70) Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакопеременяющихся рядов (признак Лейбница).
- 71) Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
- 72) Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
- 73) Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события.
- 74) Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
- 75) Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- 76) Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий.
- 77) Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.
- 78) Случайные величины и законы их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Способы задания дискретной и непрерывной случайных величин и их свойства.
- 79) Числовые характеристики случайных величин и их свойства.
- 80) Вероятность попадания случайной величины в интервал.
- 81) Нормальное распределение и его числовые характеристики

- 82) Показательный, нормальный законы распределения непрерывной случайной величины.
- 83) Закон больших чисел и его практическое значение. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.
- 84) Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность.
- 85) Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.
- 86) Статистические оценки. Точечные оценки.
- 87) Интервальная оценка. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
- 88) Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей.
- 89) Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей
- 90) Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона. Дисперсионный анализ.
- 91) Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа.
- 92) Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.

8.3 Критерии оценивания уровня сформированности компетенций

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных компетенций в рамках выборочного контроля при экзамене считается, что полученная оценка за компонент проверяемой в билете дисциплинарной компетенции обобщается на соответствующий компонент всех дисциплинарных компетенций, формируемых в рамках данной дисциплины.

Шкала оценивания экзамена

Результат экзамена	Уровень освоения компетенций	Критерии оценивания
«Отлично»	Высокий уровень	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, тесно увязывает теорию с практикой. При этом обучающийся не

		затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.
«Хорошо»	Повышенный уровень	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос. Он должен правильно применять теоретические положения при решении практических вопросов, владеть необходимыми навыками и приемами их выполнения.
«Удовлетворительно»	Пороговый уровень	Обучающийся имеет знания только по основному материалу, но не усвоил его детально, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения последовательности в изложении материала и испытывает затруднения в выполнении практических работ.
«Неудовлетворительно»	Минимальный уровень не достигнут	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно с большими затруднениями выполняет практические работы или отказывается от ответа.

8.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений, навыков, характеризующая этапы формирования компетенций по дисциплине «Математика» проводится в форме текущей и промежуточной аттестации.

Контроль текущей успеваемости обучающихся – текущая аттестация – проводится в ходе семестра с целью определения уровня усвоения обучающимися знаний; формирования у них умений и навыков; своевременного выявления преподавателем недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по ее корректировке; совершенствованию методики обучения; организации учебной работы и оказания обучающимся индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся:

- на занятиях (устный опрос, решение задач);
- по результатам выполнения индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов;

▪ по результатам отчета обучающихся в ходе индивидуальной консультации преподавателя, проводимой в часы самоподготовки, по имеющимся задолженностям.

Контроль за выполнением обучающимися каждого вида работ может осуществляться поэтапно и служит основанием для предварительной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится с целью выявления соответствия уровня теоретических знаний, практических умений и навыков по дисциплине требованиям ФГОС по направлению подготовки в форме экзамена.

Экзамен проводится после завершения изучения дисциплины в объеме рабочей учебной программы. Форма проведения экзамена определяется кафедрой (устный – по билетам, либо путем собеседования по вопросам; письменная работа, тестирование и др.). Оценка по результатам экзамена: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях, во время выполнения индивидуальных домашних заданий, а также по результатам доклада на научной студенческой конференции.

Каждая форма контроля по дисциплине включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень освоения обучающимися знаний и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков.

Процедура оценивания компетенций, обучающихся основана на следующих стандартах:

1. Периодичность проведения оценки (на каждом занятии).
2. Многоступенчатость: оценка (как преподавателем, так и обучающимися группы) и самооценка обучающегося, обсуждение результатов и комплекса мер по устранению недостатков.
3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.
4. Соблюдение последовательности проведения оценки: предусмотрено, что развитие компетенций идет по возрастанию их уровней сложности, а оценочные средства на каждом этапе учитывают это возрастание.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице:

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1	Устный опрос	Средство контроля знаний основных понятий и законов дисциплины. Может проводиться в начале/конце лекционного или практического занятия в течение 15-20 мин. Либо устный опрос проводится в течение всего практического занятия по заранее выданной	Вопросы по темам/разделам дисциплины

		тематике. Выбранный преподавателем обучающийся может отвечать с места либо у доски.	
2	Разноуровневые задания	Средство проверки умений применять полученные теоретические знания по дисциплине для решения типовых задач	Комплект разноуровневых заданий
3	Кейс-задача	Совместная деятельность группы обучающихся и преподавателя под управлением преподавателя с целью решения учебных и профессионально-ориентированных задач путем игрового моделирования реальной проблемной ситуации. Позволяет оценивать умение анализировать и решать типичные профессиональные задачи.	Комплект заданий к кейс-задачам
4	Экзамен	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практикоориентированными заданиями. Аудиторное время, отведенное обучающемуся на подготовку- 60 минут.	Комплект вопросов к экзамену

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Рабочую программу разработал:

Профессор кафедры «Государственное и муниципальное управление»

Бершавили Оксана Николаевна



подпись

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Государственное и муниципальное управление» «15» мая 2019 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой

К.и.н., доцент Е.В. Лебедева



подпись

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии ИУТАР

К.и.н., доцент Е.В. Буланкина



подпись

Руководитель ОПОП ВО


К.и.н., доцент Е.В. Буланкина



подпись

Начальник УМУ

К.т.н., доцент С.В. Краснов



подпись