

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный аграрный университет»

УТВЕРЖДАЮ  
Врио проректор по учебной  
и воспитательной работе  
доцент С.В. Краснов  
  
« 12 » мая 20 21 г.

## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### «МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки: 44.03.04 Профессиональное обучение (по отраслям)

Профиль: «Агроинженерия»

Название кафедры: «Физика, математика и информационные технологии»

Квалификация: бакалавр

Форма обучения: очная, заочная

## 1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математика» является формирование у обучающихся комплекса компетенций, соответствующих их направлению подготовки, и необходимых для эффективного решения будущих профессиональных задач.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- изучение основных понятий математики, необходимых для решения типовых задач;
- освоение математического аппарата, необходимого для моделирования и решения технических задач по эксплуатации транспортно-технологических машин и комплексов;
- развитие логического мышления и способности самостоятельно расширять и углублять математические знания.

## 2 МЕСТО УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.В.01 «Математика» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Дисциплина изучается в 1 семестре на I курсе в очной формы обучения, в 1 и 2 семестрах на I курсе в заочной формы обучения.

## 3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения ОПОП):

Карта формирования компетенций по дисциплине

Код компетенции	Результаты освоения ОПОП <i>Содержание компетенций</i>	Код и наименование индикатора достижения компетенций
ПК-1	Организация, в том числе стимулирование и мотивация деятельности и общения обучающихся на учебных занятиях	ПК1.1 Знает: Характеристики различных методов, форм, приемов и средств организации деятельности обучающихся при освоении образовательных программ соответствующей направленности; Техники и приемы общения (слушания, убеждения) с учетом возрастных и индивидуальных особенностей собеседников ПК 1.2 Умеет: Использовать на занятиях педагогически обоснованные формы, методы, средства и приемы организации деятельности обучающихся ( в том числе информационно-

		<p>коммуникационные технологии (ИКТ) , электронные образовательные и информационные ресурсы с учетом : избранной области деятельности и задач дополнительной общеобразовательной программы; состояния здоровья и возрастных и индивидуальных особенностей обучающихся ( в том числе одаренных детей и обучающихся с ограниченными возможностями здоровья).</p> <p>Осуществлять электронное обучение, использовать дистанционные образовательные технологии (если это целесообразно)</p> <p>ПК 1.3</p> <p>Владеет:</p> <p>Методами, приемами и способами формирования благоприятного психологического климата и обеспечения условий для сотрудничества обучающихся</p>
--	--	---

#### 4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

##### 4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

##### для очной формы обучения

Вид учебной работы		Трудоемкость дисциплины		Семестры (кол-во недель в семестре)
		Всего часов	Объем контактной работы	1 (18)
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		<b>72</b>	<b>72</b>	<b>72</b>
в том числе:	Лекции	36	36	36
	Практические занятия	36	36	36
<b>Самостоятельная работа студента (СРС) (всего), в том числе:</b>		<b>144</b>	<b>5,95</b>	<b>144</b>
СРС в семестре:	Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	50	3,6	50
	Подготовка к практическим занятиям	27	–	27
	Выполнение индивидуальных домашних заданий	40	–	40
СРС в сессию:	Экзамен	27	2,35	27
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)</b>		экзамен	–	экзамен
<b>Общая трудоемкость, час.</b>		<b>216</b>	<b>77,95</b>	<b>216</b>
<b>Общая трудоемкость, зачетные единицы</b>		<b>6</b>		<b>6</b>

##### для заочной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость дисциплины	Семестры (кол-во недель в
--------------------	-------------------------	---------------------------

		семестре)			
		Всего часов	Объем контактной работы	1 (18)	2 (18)
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>		<b>20</b>	20	10	10
в том числе:	Лекции	8	8	4	4
	Практические занятия	12	12	6	6
<b>Самостоятельная работа студента (СРС) (всего), в том числе:</b>		<b>196</b>	3,35	98	98
СРС в семестре:	Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	95	1	50	45
	Подготовка к практическим занятиям	50	-	26	24
	Выполнение индивидуальных домашних заданий	42	-	22	20
СРС в сессию:	Экзамен	<b>9</b>	2,35		9
<b>Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)</b>		экзамен	-		экзамен
<b>Общая трудоемкость, час.</b>		<b>216</b>	23,35		216
<b>Общая трудоемкость, зачетные единицы</b>		<b>6</b>		3	3

#### 4.2 Тематический план лекционных занятий для очной формы обучения

№ п./п.	Темы лекционных занятий	Трудоемкость, ч.
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Понятие матрицы. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Операции над матрицами. Обратная матрица.	2
2.	Ранг матрицы и его вычисление. Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Схема решения СЛАУ методом Гаусса. Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.	2
3.	Плоскость и ее уравнения: уравнение связи плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
4.	Комплексные числа, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа. Алгебраические действия с комплексными числами.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ и дифференциальные уравнения</b>		
5.	Предел функции, основные свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на интервале. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	2
6.	Определение производной функции, ее механический смысл. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и параметрически-	2

	заданных функций. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Лопиталя.	
7.	Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций. Производная по направлению. Градиент.	2
8.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям.	2
9.	Интеграл от функций, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование тригонометрических функций.	2
10.	Определенный интеграл - определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций. Криволинейные интегралы, их вычисление и условие независимости от линии интегрирования.	2
11.	Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения.	2
12.	Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.	2
13.	Числовые ряды - определение, действия над ними. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных и знакопеременных рядов. Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.	2
	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
14.	Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
15.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины	2
16.	Основы статистического описания. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление. Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.	2
17.	Статистическая гипотеза. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона	2
18.	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.	2
	<b>Итого:</b>	<b>36</b>

### для заочной формы обучения

№ п./п.	Темы лекционных занятий	Трудоемкость, ч.
	<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>	

1.	Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства. Плоскость и ее уравнения: уравнение связки плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках; нормальное уравнение плоскости. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей	2
<b>Раздел 2. Математический анализ и дифференциальные уравнения</b>		
2.	Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной функций.	2
3.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Метод замены переменной. Формула Ньютона-Лейбница.	2
<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>		
4.	Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
<b>Итого:</b>		<b>8</b>

### 4.3 Тематический план практических занятий

для очной формы обучения

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Вычисление определителей 2-го и третьего порядков. Формулы Крамера. Операции над матрицами.	2
2.	Матричный способ решения СЛАУ. Решение СЛАУ методом Гаусса.	2
3.	Действия над векторами в координатной форме. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.	2
4.	Общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение связки плоскостей. Взаимное расположение плоскостей. Общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ и дифференциальные уравнения</b>		
5.	Вычисление пределов функций. Раскрытие неопределенностей вида $\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ , $\begin{bmatrix} \infty \\ \infty \end{bmatrix}$ . Первый и второй «замечательные» пределы. Исследование функций на непрерывность в заданных точках.	2
6.	Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Дифференциал функции.	2
7.	Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопиталья	2
8.	Дифференцирование функции нескольких переменных. Производная по направлению. Градиент.	2
9.	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Табличное интегрирование. Интегрирование посредством замены переменной.	2
10.	Интеграл от функций, содержащих квадратный двучлен. Интегрирование по частям	2
11.	Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.	2
12.	Вычисление криволинейных интегралов. Геометрические и механические	2

	приложения криволинейных интегралов.	
13.	Интегрирование дифференциальных уравнения с разделяющимися переменными. Нахождение общих и частных интегралов. Интегрирование однородных и линейных дифференциальных уравнения первого порядка	2
14.	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости числовых рядов	2
15.	Непосредственный подсчет вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса	2
	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
16.	Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины Непрерывная случайная величина. Интегральная функция распределения. Плотность распределения. Числовые характеристики непрерывной случайной величины <sup>3</sup>	2
17.	Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики статистических распределений. Критерий согласия Пирсона	2
18.	Корреляционно-регрессионный анализ. Коэффициент корреляции. Линейная парная регрессия. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи	2
	<b>Итого:</b>	<b>36</b>

для заочной формы обучения

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
	<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>	
1	Определители второго и третьего порядков. Обратная матрица. Операции над матрицами. Ранг матрицы и его вычисление.	2
	<b>Раздел 2. Математический анализ и дифференциальные уравнения</b>	
2	Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Правило Лопитала	2
3	Неопределённый интеграл. Табличное интегрирование. Метод замены переменной.	2
4	Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.	2
5	Числовые ряды. Необходимый и достаточные признаки сходимости рядов	2
	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
6	Вариационный ряд, его числовые характеристики. Общая схема проверки гипотез. Критерии согласия Пирсона. Корреляционно-регрессионный анализ	2
	<b>Итого:</b>	<b>12</b>

#### 4.4 Тематический план лабораторных работ

Данный вид работы не предусмотрен рабочим планом

#### 4.4 Самостоятельная работа студентов

для очной формы обучения

Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	Элементарные преобразования матриц. Матричный способ решения СЛАУ. Фор-	50

	<p>мулы Крамера.</p> <p>Виды векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Свойства проекций. Действия над векторами, заданными в координатной форме.</p> <p>Применение векторной алгебры в механике.</p> <p>Различные формы задания прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.</p> <p>Линии второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.</p> <p>Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.</p> <p>Применение производной к исследованию функций. Экстремум функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика. Схема исследования и построения графика функции.</p> <p>Поверхности и линии уровня. Экстремум ФМП. Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве. Метод наименьших квадратов.</p> <p>Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Производная от определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.</p> <p>Уравнения в полных дифференциалах. Уравнение Бернулли. Системы дифференциальных уравнений. Решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.</p> <p>Свойства сходящихся рядов. Оценка остаточного члена ряда Действия со степенными рядами. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.</p> <p>Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.</p> <p>Вероятность попадания случайной величины в интервал. Свойства числовых характеристик случайных величин.</p> <p>Мода и медиана. Типы выборок. Несмещенные, эффективные и состоятельные</p>	
--	---	--



	оценки. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве средних двух нормальных совокупностей. Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.	
Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	27
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение типовых задач по определенной теме дисциплины	40
Подготовка к промежуточной аттестации	Изучение вопросов, выносимых на экзамен с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, основной и дополнительной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	27
<b>ИТОГО</b>		<b>144</b>

для заочной формы обучения

Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	<p>Понятие матрицы. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Операции над матрицами. Обратная матрица. Элементарные преобразования матриц. Матричный способ решения СЛАУ. Формулы Крамера. Ранг матрицы и его вычисление. Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Схема решения СЛАУ методом Гаусса.</p> <p>Виды векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. Линейные операции над векторами. Проекция вектора на ось. Свойства проекций. Действия над векторами, заданными в координатной форме. Применение векторной алгебры в механике. Различные формы задания прямой на плоскости. Взаимное расположение прямых. Расстояние от точки до прямой.</p> <p>Линии второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.</p> <p>Предел функции, основные свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы.</p>	95

Непрерывность функции в точке и на интервале. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.

Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.

Применение производной к исследованию функций. Экстремум функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика. Схема исследования и построения графика функции.

Поверхности и линии уровня Экстремум ФМП. Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве Метод наименьших квадратов.

Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций. Производная от определенного интеграла по переменному верхнему пределу. Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Задача Коши. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными. Однородные дифференциальные уравнения, линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Линейные однородные дифференциальные уравнения. Уравнения в полных дифференциалах. Уравнение Бернулли.

Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка. Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида.

Системы дифференциальных уравнений. Решение системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка.

Свойства сходящихся рядов. Оценка остаточного члена ряда Действия со степенными рядами. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.

Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.

	<p>Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания случайной величины в интервал. Свойства числовых характеристик случайных величин.</p> <p>Основы статистического описания. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление. Мода и медиана. Типы выборок.</p> <p>Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал. Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.</p> <p>Статистическая гипотеза. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона</p> <p>Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей, средних двух нормальных совокупностей.</p> <p>Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.</p> <p>Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.</p>	
Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	50
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение типовых задач по определенной теме дисциплины	42
Подготовка к промежуточной аттестации	Изучение вопросов, выносимых на экзамен с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, основной и дополнительной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	9
<b>ИТОГО</b>		<b>196</b>

## **5. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Обучающимся необходимо ознакомиться с содержанием рабочей программы дисциплины, с целями и задачами дисциплины, ее связями с другими дисциплинами образовательной программы, методическими разработками по данной дисциплине, имеющимися на образовательном портале и сайте кафедры, с графиком консультаций преподавателей кафедры.

Изучая дисциплину необходимо равномерно распределять время на проработку лекций, самостоятельную работу по выполнению практических работ, самостоятельную работу по подготовке к практическим занятиям.

Написание конспекта лекций: кратко, схематично, последовательно фиксировать основные положения, выводы, формулировки, обобщения; пометать важные мысли, выделять ключевые слова, термины. Перед лекцией необходимо просмотреть конспект предыдущей лекции, разобрать и законспектировать теоретические вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к дополнительным литературным источникам, лектору или к преподавателю на практических занятиях. При подготовке к практическим занятиям ознакомиться с теоретическим материалом конспекта лекций и рекомендованными литературными источниками, соответствующими теме занятия. В начале занятия задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, предназначенных для самостоятельного решения. На занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, в случае затруднений обращаться к преподавателю. Студентам, пропустившим занятия, рекомендуется явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме пропущенного занятия. Домашние задания должны выполняться самостоятельно, предоставляться в установленный срок и соответствовать установленным требованиям по оформлению.

При работе с литературой следует обратить внимание на источники основной и дополнительной литературы, приведенные в рабочей программе. Для большего представления о дисциплине возможно ознакомление с периодическими изданиями последних лет, Интернет-источниками.

При подготовке к зачету или экзамену изучить конспекты лекций, практических работ и рекомендуемую литературу, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации. Рекомендуется широко использовать ресурсы ЭБС библиотеки академии.

## **6 ОСНОВНАЯ, ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»:**

### **6.1. Основная литература:**

6.1.1. Краткий курс высшей математики [Электронный ресурс] : учебник / ред.: К.В. Балдин .— 2-е изд. — М. : ИТК "Дашков и К", 2015 .— 512 с. — ISBN 978-5-394-02103-9 .— Режим доступа: <http://rucont.ru/efd/286978>

6.1.2. Математика. Часть I. Элементы линейной и векторной алгебры, аналитической геометрии и математического анализа: учебное пособие [Электронный ресурс] / С.А. Черепанова .— 2013 .— 82 с. — Режим доступа: <http://rucont.ru/efd/261075>

## **6.2. Дополнительная литература:**

6.2.1. Беришвили О.Н. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие [Текст] / О.Н. Беришвили. – Самара : РИЦ СГСХА, 2012. – 301 с. [67]

6.2.2. Беришвили, О.Н. Математика. Математическая статистика: методические указания для практических занятий. Ч. I [Электронный ресурс] / С.В. Плотникова, О.Н. Беришвили .— Самара : РИЦ СГСХА, 2015 .— 79 с. — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/349940>

6.2.3. Гмурман В.Е. Теория вероятностей и математическая статистика : Учеб.пособие для вузов / В. Е. Гмурман. - 9-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2003. - 479с. [50]

6.2.4. Дегтярева, О.М. Краткий теоретический курс по математике для бакалавров и специалистов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г.А. Никонова, Казан. нац. исслед. технол. ун-т, О.М. Дегтярева .— Казань : КНИТУ, 2013 .— 136 с. — ISBN 978-5-7882-1523-5 .— Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/302730>

6.2.5. Шипачев В.С. Основы высшей математики : Учеб.пособие для вузов / В. С. Шипачев ; Под ред. А.Н. Тихонова. - 5-е изд., стер. - М. : Высш. шк., 2003. - 479с.[24]

## **6.3. Программное обеспечение:**

6.3.1. MicrosoftWindows 7 Профессиональная 6.1.7601ServicePack 1;

6.3.2. MicrosoftWindowsSL 8.1 RUAЕOLPNL;

6.3.3. Microsoft Office Standard 2010;

6.3.4. Microsoft Office стандартный 2013;

6.3.5. Kaspersky Endpoint Security длябизнеса - стандартный Russian Edition;

6.3.6. WinRAR:3.x: Standard License – educational –EХТ;

6.3.7. 7 zip (свободный доступ).

## **6.4. Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных:**

6.4.1. Научная электронная библиотека [Электронный ресурс] – Режим доступа:[www.elibrary.ru](http://www.elibrary.ru)

6.4.2. Руконт [Электронный ресурс] – Режим доступа: <http://rucont.ru/catalog>

## **7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ**

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
---------	---	---

	работы	
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа 3218 <i>ФГБОУ ВО Самарский ГАУ, г.Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д.8А</i>	Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью: стол преподавателя, стол аудиторный, лавки аудиторные. Микрофон конференционный - 1 шт. Микшер Mackie - 1 шт. Усилитель - 1 шт. Конденсаторный микрофон - 1 шт. Экран проекционный - 1 шт. Проектор ACER X1278N - 1 шт. Системный блок - 1 шт. Монитор Acer - 1 шт.
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа 3119 <i>ФГБОУ ВО Самарский ГАУ, г.Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д.8А</i>	Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью: стол преподавателя, стол аудиторный, лавки аудиторные. Компьютер IntelPentium в комплекте - 1 шт. Монитор Acer - 1 шт. Проектор ACER X1278N - 1 шт. Экран с электроприводом – 1 шт. Микшер Mackie - 1 шт. Усилитель мощности - 1 шт.
3	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации – 3235  <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Аудитория на 180 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы 6-тиместные ученические, столы письменные, лавки, стул) и техническими средствами обучения (мультимедийный проектор, настенный экран, ноутбук, мышь, микшер, микрофон конференционный, колонки звуковые)
4	Учебная аудитория, 3311. Для проведения занятий лекционного типа, проведения практических работ, проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 40 посадочных мест, укомплектована специализированной мебелью Доска -1 Вешалка – 1 Стол-парта на 3 посадочных места – 13 Стол письменный (преподавательский) – 1 Стул мягкий - 2 Плакат – 4
5	Учебная аудитория, 3307. Для проведения занятий лекционного типа, проведения практических работ, проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 32 посадочных мест, укомплектована специализированной мебелью Доска -1 Вешалка – 1 Стол-парта – 16 Стол письменный (преподавательский) – 1 Скамья - 14 Стул мягкий - 6 Кафедра – 1 Подставка под плакаты – 1 Плакат – 4
6	Помещение для самостоятельной рабо-	Помещение на 6 посадочных мест, укомплек-

	ты студентов, ауд. 3310а (читальный зал) <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	тованное специализированной мебелью (компьютерные столы, стулья) и оснащенное компьютерной техникой (6 рабочих станций), подключенной к сети «Интернет» и обеспечивающей доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
7	Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, ауд. 3203б. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Специальный инструмент и инвентарь для учебного оборудования: кисточки для очистки компьютеров и комплектующих, спирт, комплектующие и расходные материалы

## **8 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **8.1 Виды и формы контроля по дисциплине**

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнении заданий на практических занятиях, выполнении индивидуальных заданий в форме доклада, деловой игры. Текущему контролю подлежит посещаемость обучающимися аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения компетенций является промежуточная аттестация в форме экзамена, проводимая с учетом результатов текущего контроля.

### **8.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины**

#### ***Оценочные средства для проведения текущей аттестации***

Текущий контроль успеваемости студентов по дисциплине «Математика» включает выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ), которые преследуют цель закрепления теоретических знаний и развития навыков самостоятельных, практических математических расчетов.

1. Вычислить определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$  тремя способами: 1)

по правилу треугольника; 2) раскладывая по элементам второй строки; 3) раскладывая по элементам первого столбца.

2. Для двух матриц  $A$  и  $B$  найти: 1) линейную комбинацию матриц  $\alpha A + \beta B$ ; 2) произведение матриц  $AB$  и  $BA$ ; 3) обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 3$ ,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}.$$

4. Решить систему  $\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$  двумя способами: 1) с помощью об-

ратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

5. Решить систему линейных уравнений  $A \cdot X = B$  методом Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

### ИДЗ №2

Даны два комплексных числа  $z_1 = \sqrt{3} + i$  и  $z_2 = \frac{2\sqrt{2}}{1+i}$ .

- 1) построить их на комплексной плоскости;
- 2) найти  $|z_1|$ ,  $|z_2|$ ,  $\arg z_1$ ,  $\arg z_2$  и записать числа в алгебраической, тригонометрической и показательной форме;
- 3) вычислить  $z_1 + z_2$ ,  $z_1 - z_2$  используя алгебраическую форму.
- 4) Вычислить  $z_1 z_2$  и  $\frac{z_1}{z_2}$  в алгебраической, тригонометрической и показательной формах. Сравнить результаты.



5) Найти  $z_1^3$  (в тригонометрической форме).

6) Найти все значения  $\sqrt[4]{z_2}$  ( в тригонометрической форме), выразить в алгебраической форме, построить значения на комплексной плоскости.

### ИДЗ № 3

1. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :  $A(1,1,1)$ ,  $B(-1,0,2)$ ,  $C(3,-3,0)$ ,  $D(2,3,4)$ . Найти: 1) Координаты векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ; 2) угол  $\varphi$  между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ; 3)  $np_{\vec{AB}}\vec{AC}$ ; 4) площадь грани  $ABC$  и ее высоту  $h$ , опущенную на ребро  $A_1A_3$ ; 4) объем пирамиды  $ABCD$  и ее высоту  $H$ , опущенную из вершины  $D$ .

2. Написать разложение вектора  $\vec{x}=(3,-2,7)$  по векторам  $\vec{a}_1=(4,-5,1)$ ,  $\vec{a}_2=(1,-1,3)$ ,  $\vec{a}_3=(1,-2,-2)$ .

3. Даны координаты вершины треугольника  $ABC$ :  $A(4,3)$ ,  $B(16,-6)$ ,  $C(20,16)$ . Требуется найти: 1) уравнения сторон  $AB$  и  $BC$  и их угловые коэффициенты; 2) длину стороны  $AB$ ; 3) угол  $B$  в радианах; 4) уравнение высоты  $CD$  и ее длину; 5) уравнение медианы  $AE$  и координаты точки  $K$  пересечения этой медианы с высотой  $CD$ ; 6) уравнение прямой, проходящей через точку  $K$  параллельно стороне  $AC$ ; 7) координаты точки  $M$ , расположенной симметрично точке  $A$  относительно прямой  $CD$ .

4. Найдите расстояние от точки  $M_0(1,-1,4)$  до плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1,5,7)$ ,  $M_2(-3,6,3)$  и  $M_3(-2,7,3)$ .

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3,-4,1)$  перпендикулярно вектору  $\vec{BC}$ , где  $B(5,3,-4)$ ,  $C(7,8,3)$ .

6. Найдите угол между плоскостями  $x - \sqrt{2}y + z - 1 = 0$  и  $x + \sqrt{2}y + z + 3 = 0$ .

7. Найти координаты точки  $M$  пересечения плоскости  $\pi: x - y + 2z + 3 = 0$  и прямой  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .

8. Найти канонические уравнения прямой, заданной в общем виде:

$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$$

9. Построить кривые второго порядка и выписать их характеристики: 1)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ ; 2)  $3x^2 - y^2 - 12 = 0$ ; 3)  $y^2 + 4y - x + 5 = 0$ .

### ИДЗ №4

1. Найти пределы функций: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$ ,

в)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x^2 + x + 1}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{4x}{\arctg 2x}$ , д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x+2}$ .

2. Исследовать на непрерывность функции:  $y = \frac{x}{x-3}$ .

3. Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

$$y = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1 \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2. \\ x - 5, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

### ИДЗ №5

1. Продифференцировать данные функции:

$$a) y = x^5 + \frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} + 3; \quad б) y = x^3 \cdot \sin x;$$

$$в) y = \frac{x^2 + 1}{\operatorname{arctg} x}; \quad г) y = 2^x \cdot \operatorname{tg} x.$$

2. Вычислить производные сложной функции:

$$a) y = \operatorname{arctg} \sqrt{x}; \quad б) y = 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \cos^2 x;$$

$$в) y = \ln \sin(x^3 + 2); \quad г) y = \operatorname{arcctg}(e^{\cos 3x}).$$

3. Найти  $y'$  выполнив сначала логарифмирование указанной функции  $y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{x^2 + 1}}$ .

4. Найти производную  $y'$ , если а)  $y = (x+1)^{\sin x}$ ; б)  $y = (1+x^2)^{\operatorname{arctg}^2 x}$ .

5. Найти производную  $y'_x$  функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

6. Пользуясь правилом Лопиталья, найти указанные пределы:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}; \quad б) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3x + 2};$$

$$в) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{\cos x - \cos 3x}; \quad г) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

### ИДЗ №6

1. Найти частные производные и частные дифференциалы функции  $w = (xy^2)^{z^3}$ .

2. Вычислить значения частных производных для функции  $u = \ln^2(x^2 + y^2 - z^2)$  в точке  $M(2, 1, 1)$ . Записать полный дифференциал указанной функции.

3. Найти частные производные функции  $z = \sin(uv)$ , где  $u = 2x + 3y$ ;  $v = xy$ .

4. Найти полную производную функции  $u = x + y^2 + z^3$ , где  $y = \sin x$ ;  $z = \cos x$ .

5. Найти производную функции  $y$ , заданной неявно уравнением  $x^3 + y^3 - e^{xy} - 5 = 0$ .

6. Найти частные производные второго порядка функции  $z = e^{x^2 y^2}$ .

7. Дана функция  $u = x^2 + y^2 + z^2$ . Найти производную  $\frac{\partial u}{\partial l}$  в точке  $M(1, 1, 1)$  в направлении вектора  $l = 2i + j + 3k$ .

8. Дана функция  $u = x^2 + y^2 + z^2$ . Определить градиент в точке  $M(1, 1, 1)$  и производную от функции  $u$  в данной точке в направлении градиента.

#### ИДЗ №7

Вычислить неопределенные интегралы:

1.  $\int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} dx$

7.  $\int x 5^x dx$

13.  $\int \sin 2x \cos 5x dx$

2.  $\int e^{\frac{x}{3}} dx$

8.  $\int x^2 \sin x dx$

14.  $\int \sin^4 3x dx$

3.  $\int \frac{e^x dx}{3 + 4e^x}$

9.  $\int \operatorname{arctg} x dx$

15.  $\int \sin^3 2x dx$

4.  $\int \frac{dx}{\sqrt{1-5x^2}}$

10.  $\int \frac{dx}{x^2 + x - 1}$

16.  $\int \operatorname{ctg}^4 x dx$

5.  $\int \frac{\arccos^3 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$

11.  $\int \frac{xdx}{\sqrt{3-2x-x^2}}$

17.  $\int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x+1}}$

6.  $\int 4^{\operatorname{ctg} x} \frac{dx}{\sin^2 x}$

12.  $\int \frac{5x+2}{x^2+2x+10} dx$

18.  $\int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 5}$

#### ИДЗ №8

Найти общее решение (общий интеграл) дифференциального уравнения

1.  $e^{x+3y} dy = x dx$

2.  $(xy + x^3 y) y' = 1 + y^2$

3.  $y - xy' = y \sec \frac{y}{x}$

Найти частное решение (частный интеграл) дифференциального уравнения  $(x^2 + 1)y' + 4xy = 3$ ,  $y(0) = 0$ .

#### ИДЗ №9

1. Написать 4 первых члена ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot n + (-1)^n}{\sqrt{n+3}}$ . Выписать выражения для  $a_{n-1}$ ,  $a_n$ ,  $a_{n+1}$ .
2. Проверить возможность решения вопроса о сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (6n+1) \cdot n$  с помощью необходимого признака.
3. Применяя признаки сравнения исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{n+2}}$  на сходимос-  
мость.
4. С помощью признака Даламбера исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{6^n}$  на сходи-  
мость.
5. С помощью интегрального признака Коши исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot \ln(n+3)}$  на сходимос-  
ть.

#### ИДЗ №10

1. Из двух перетасованных совместно колод извлекаются две карты. Какова вероятность того, что 1) обе карты масти крести; 2) хотя бы одна карта масти крести?
2. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение часа 0,75. а второго 0.8. Какова вероятность того, что в течение часа будет нарушение в работе только одного станка, если станки работают независимо друг от друга?
3. В мясной цех поступает свинина из трех свиноводческих хозяйств. Первое хозяйство поставляет 45% от общей массы свиного мяса, второе – 40%, третье – 15%. Поставки первого хозяйства содержат 30% свинины, превышающей норму содержания сала, второго – 20%, а третьего – 10% такой свинины. Какова вероятность того, что взятая случайным образом свиная туша будет соответствовать норме содержания сала?
4. В хлебопекарне имеется 6 контейнеров для готовой продукции. При существующем режиме работы вероятность того, что в данный момент контейнер полностью загружен равна 0.8. Какова вероятность того, что в данный момент загружены не более четырех контейнеров? Найти наивероятнейшее число полностью загруженных контейнеров.
5. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0.8. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена а) ровно 85 раз; б) не менее 75 раз?
6. Среднее число заявок, поступающих на склад в течение месяца, равно двум. Какова вероятность того, что в течение трех месяцев поступит а) ровно 3 заявки, б) более трех заявок?
7. Производится стрельба по удаляющейся цели из орудия. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,8; при втором – 0,4. Случайная величина  $X$  – число попаданий в цель при двух выстрелах. Составить закон распределе-

ния. Построить график функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.

8. Длина изготавливаемой детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина детали равна 50 мм, а дисперсия -  $0,25\text{мм}^2$ . Какое поле допуска длины изготавливаемой детали можно гарантировать с вероятностью 0,99?

### ИДЗ №11

Задана двумерная выборка  $XU$ . Для выборок  $X$  и  $U$  необходимо:

- 1) Составить интервальный ряд распределения;
- 2) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- 4) Построить гистограмму относительных частот;
- 5) Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсона при уровне значимости 0,05;
- 6) Построить график теоретической плотности вероятности;
- 7) Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания генеральной совокупности с надежностью 0,95;
- 8) Составить корреляционную таблицу и в предположении о линейной зависимости между  $X$  и  $U$  найти выборочный коэффициент корреляции;
- 9) Проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05;
- 10) Найти выборочные уравнения прямой линии регрессии  $U$  на  $X$  и прямой линии регрессии  $X$  на  $U$  и построить графики на корреляционном поле.

### Пример выполнения ИДЗ №1.

1. Вычислить определитель третьего порядка  $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$  тремя способами: 1)

по правилу треугольника; 2) раскладывая по элементам второй строки; 3) раскладывая по элементам первого столбца.

*Решение.* 1) Вычисляем определитель, применяя правило треугольника:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) \cdot 5 - 2 \cdot 4 \cdot 1 =$$

$$= 10 - 6 + 10 - 8 = 6.$$

2) Вычисляем определитель по теореме Лапласа, раскладывая по элементам второй строки:  $D = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$ .

Если в определителе  $D$  зачеркнуть вторую строку и первый столбец, то получим:  $M_{21} = \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 4$ .

Алгебраическое дополнение  $A_{21}$  элемента  $a_{21}$  определителя  $D$  равно минору этого элемента  $M_{21}$  взятому с обратным знаком, так как сумма номеров строки и столбца – число нечетное:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = -M_{21} = 4.$$

Аналогично вычисляются алгебраические дополнения  $A_{22}$  и  $A_{23}$ . Получаем

$$\begin{aligned} D &= \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ &= 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = 6. \end{aligned}$$

б) Разложение определителя по элементам первого столбца имеет вид:  $D = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$ . Заметим, что  $A_{31}$  вычислять не требуется, так как  $a_{31} = 0$ , следовательно, и  $a_{31}A_{31} = 0$ .

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-4) = 6.$$

2. Для двух матриц  $A$  и  $B$  найти: 1) линейную комбинацию матриц  $\alpha A + \beta B$ ; 2) произведение матриц  $AB$  и  $BA$ ; 3) обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 3$ ,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

*Решение.* 1) Матрицы одинакового порядка  $3 \times 3$ , следовательно, операция сложения определена.

$$\begin{aligned} \alpha A + \beta B &= -2 \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & -6 \\ -6 & -4 & -4 \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 6 & 0 & 3 \\ -6 & 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & -11 \\ 2 & 2 & -3 \\ -12 & -1 & -5 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

2) Произведение  $AB$  имеет смысл, так как число столбцов матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$ . Находим матрицу  $C = AB$ :

$$C = A \cdot B = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} -4 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) & -4 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & -4 \cdot (-3) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \end{pmatrix} =$$

$$= \begin{pmatrix} -6 & -7 & 15 \\ -6 & 7 & 2 \\ 3 & 8 & -1 \end{pmatrix}.$$

Вычислим произведение  $BA$

$$B \cdot A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} =$$

$$\begin{pmatrix} 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 \\ 2 \cdot (-4) + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ (-2) \cdot (-4) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & -2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \\ 19 & 5 & 7 \end{pmatrix}.$$

3. Находим определитель матрицы  $A$ :

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-8) + 7 = 39. \text{ Так как } \det A \neq 0,$$

то существует обратная матрица  $A^{-1}$ .

Вычислим алгебраические дополнения  $A_{ij}$  всех элементов матрицы  $A$ :

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5; \quad A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -11; \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1; \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14; \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4.$$

Используя формулу (9) составляем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{pmatrix}.$$

3. Определить ранг матрицы  $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}$ .

*Решение.* Для того чтобы найти ранг матрицы, необходимо с помощью элементарных преобразований привести ее к треугольному виду и найти ранг полученной матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{2j} \rightarrow -3a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -3a_{1j} + a_{3j} \\ a_{4j} \rightarrow -6a_{1j} + a_{4j}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{4j} \rightarrow -a_{3j} + a_{4j} \\ a_{3j} \rightarrow 9a_{2j} + a_{3j}}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Ранг треугольной матрицы равен числу ненулевых строк матрицы, следовательно,  $\text{rang} A = 3$ .

4. Решить систему  $\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$  двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

*Решение.* 1) Введем обозначения  $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}$ ,  $B = \begin{pmatrix} 4 \\ -15 \\ 19 \end{pmatrix}$ ,  $X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$ . Вы-

числим определитель системы

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -16 \\ 2 & -1 & -5 \\ 7 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 7 & -16 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -7 \begin{vmatrix} 1 & -16 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= -7 \cdot 15 = -105$$

$\det A \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$  существует. Найдем элементы обратной матрицы  $A^{-1}$ :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1,$$

$$A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -33, A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 7, A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -13, A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 9,$$

$$A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 14, A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} = -16, A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 3, A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7.$$

Согласно формуле (9) имеем:  $A^{-1} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 & -13 & -16 \\ -33 & 9 & 3 \\ 7 & 14 & -7 \end{pmatrix}$ .



Тогда решение системы запишется в виде (12):

$$X = A^{-1}B = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 - 13(-15) - 16 \cdot 19 \\ -33 \cdot 4 + 9(-15) + 3 \cdot 19 \\ 7 \cdot 4 + 14(-15) - 7 \cdot 19 \end{pmatrix} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} -105 \\ -210 \\ -315 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,  $x = 1, y = 2, z = 3$ .

2) Вычислим определитель  $D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105 \neq 0$ , следовательно, система имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера (13). Вычислим вспомогательные определители:

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -15 & -1 & -5 \\ 19 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & -15 & -5 \\ 5 & 19 & 4 \end{vmatrix} = -210,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -15 \\ 5 & 1 & 19 \end{vmatrix} = -315.$$

Отсюда  $x = \frac{-105}{-105} = 1, y = \frac{-210}{-105} = 2, z = \frac{-315}{-105} = 3$ .

5. Решить систему линейных уравнений 
$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$
 методом Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

*Решение.* Преобразуем расширенную матрицу системы при помощи элементарных преобразований к ступенчатому виду:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & -9 & -8 & 1 & 0 \end{pmatrix} \xrightarrow{\substack{a_{2j} \rightarrow -3a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -a_{1j} + a_{3j}}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -7 & -7 & 0 & -1 \end{pmatrix} =$$

$$\xrightarrow{a_{3j} \rightarrow a_{2j} + a_{3j}} \begin{pmatrix} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

$\text{rang}A = \text{rang}A^* = r = 2$  и, согласно теореме Кронекера-Капелли, система совместна, при этом число неизвестных  $n=5, r=2 \Rightarrow$  система имеет бесконечное множество ненулевых решений.

Выберем базисными переменными  $x_1, x_2$ , так как базисный минор  $\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \neq 0$ , остальные переменные  $x_3, x_4, x_5$  объявляем свободными и переносим в правые части уравнений. Исходная система свелась к эквивалентной системе

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 + 2x_3 + x_4 - x_5 \\ -4x_2 = 1 - 7x_3 - 7x_4 \end{cases},$$

которая соответствует преобразованной расширенной матрице.

Выражая базисные переменные через свободные, получим общее решение

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}x_3 - \frac{3}{4}x_4 - x_5 \\ x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{7}{4}x_3 + \frac{7}{4}x_4 \end{cases}.$$

При  $x_3=x_4=x_5=0$  имеем  $x_1 = \frac{5}{4}, x_2 = -\frac{1}{4}$ , таким образом  $(\frac{5}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 0)$  – базисное решение. В качестве одного из частных решений можно взять  $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 1)$ .

### Критерии оценки ИДЗ

– оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если работа выполнена своевременно и в ней изложено правильное и полное решение всех задач с необходимыми теоретическими обоснованиями;

– оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если работа содержит менее 50% правильно и полностью решенных задач без необходимых теоретических обоснований.

### Кейс-задачи

*Кейс-задача 1.* При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,2.

(I) Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа бракованных изделий, если изготовлено три изделия.

(II) Пусть при производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере тыс. руб.,  $a=20$  при производстве небракованного изделия получает прибыль в размере  $b=10$  тыс. руб. Тогда математическое ожидание прибыли предприятия равно \_\_\_\_ тыс. руб.

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если значения убытка  $a$  и прибыли  $b$  равны ...

1)  $a = 40, b = 10$     2)  $a = 20, b = 5$

3)  $a = 10, b = 40$     4)  $a = 5, b = 20$

(выберите два и более вариантов ответа)

(Содержание педагогических измерительных материалов федерального интернет-экзамена в сфере профессионального образования)

*Кейс-задача 2.* Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро воды в течение суток можно описать уравнением  $\frac{dS}{dt} = 10 + 4t$ , где  $S(t)$  – объем поступившей в озеро воды (в  $\text{м}^3$ ) за время  $t$  (в часах),  $0 \leq t \leq 24$ .

Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью  $58 \text{ м}^3/\text{ч}$ . В момент времени  $t=0$  объем воды в озере составил  $30000 \text{ м}^3$ .

(I) Составить математическую модель для нахождения объема воды в озере в момент времени  $t$ .

(II) Если в момент времени  $t=18$  сток воды из озера был перекрыт и до конца суток вода из озера не вытекала, то объем воды в озере в конце дня ( $t=24$ ) будет равен \_\_\_\_\_  $\text{м}^3$

(Содержание педагогических измерительных материалов федерального интернет-экзамена в сфере профессионального образования)

*Кейс-задача 3.* Вероятности того, что произвольная деталь окажется бракованной в результате предварительной механической и термической обработки, равны соответственно  $0,25$  и  $0,2$ .

Вероятности того, что брак можно устранить путем дополнительной обработки, соответственно равны  $0,6$  и  $0,5$ .

(I) Если событие  $A$  – деталь окажется бракованной в результате предварительной механической обработки, событие  $B$  – деталь окажется бракованной в результате предварительной термической обработки, а событие  $C$  – деталь имеет устранимый брак после предварительной обработки, то верным является соотношение:

1)  $P(C) = P(A)P(C/\bar{A}) + P(B)P(C/\bar{B})$

2)  $P(C) = P(A)P(C/A) + P(B)P(C/B)$

3)  $P(C) = P(\bar{A})P(C/A) + P(\bar{B})P(C/B)$

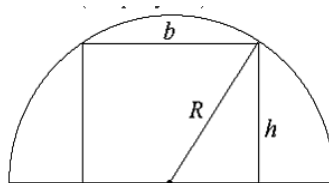
4)  $P(C) = P(\bar{A})P(C/\bar{A}) + P(\bar{B})P(C/\bar{B})$

(выберете один вариант ответа)

(II) Пусть  $P$  – вероятность того, что хотя бы одна из трех случайно взятых после предварительной подготовки деталей будет иметь неустранимый брак, тогда значение выражения  $1000P$  равно...

(Содержание педагогических измерительных материалов федерального интернет-экзамена в сфере профессионального образования)

*Кейс-задача 4.* Из половины круглого бревна с радиусом  $R = 10\sqrt{2}$  см вытесывается балка с прямоугольным поперечным сечением, основание которого равно  $b$  и высота  $h$  (см. рисунок).



Оставшаяся часть бревна поступает в отходы.

(I) Значение высоты балки  $h$ , при котором количество отходов будет минимальным, равно \_\_\_\_ см.

(введите ответ в поле)

(II) Пусть  $S_0$  - площадь балки в случае квадратного поперечного сечения ( $b = h$ ), а  $S_{\max}$  - наибольшая возможная площадь поперечного сечения балки. Тогда

$100 \frac{S_{\max}}{S_0}$  равно ...

(введите ответ в поле)

(Содержание педагогических измерительных материалов федерального интернет-экзамена в сфере профессионального образования)

### Пример решения кейс-задачи 1

(I) Составим закон распределения случайной величины  $X$ , используя теорему умножения для независимых событий:

$$P_3(0) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,512$$

$$P_3(1) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,384$$

$$P_3(2) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,096$$

$$P_3(3) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$$

X	0	1	2	3
p	0,512	0,384	0,096	0,008

(I) Составим закон распределения случайной величины  $X$  (прибыль)

X	$3b$	$2b-a$	$b-2a$	$-3a$
p	0,512	0,384	0,096	0,008

При  $a = 20$ ,  $b = 10$  получаем:

X	30	0	-30	60
p	0,512	0,384	0,096	0,008

Математическое ожидание прибыли составит:

$$30 \cdot 0,512 - 30 \cdot 0,096 + 60 \cdot 0,008 = 12 \quad (\text{тыс.руб}).$$

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если

$$3b \cdot 0,512 + (2b - a) \cdot 0,384 + (b - 2a) \cdot 0,096 + (-3a) \cdot 0,008 = 0,$$

$$2,4b = 0,6a \quad \Rightarrow a = 4b.$$

*Критерии и шкала оценки при оценке решения кейс-задачи:*

- оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если при решении задачи составлен правильный закон распределения случайной величины  $X$ , проведены верные расчеты числовых характеристик случайной величины  $X$ ;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если неверно составлен закон распределения случайной величины  $X$  или проведены неверные расчеты числовых характеристик случайной величины  $X$  с использованием правильно составленного закона распределения случайной величины  $X$ .

### ***Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации***

#### *Перечень вопросов к экзамену*

- 1) Понятие матрицы. Виды матриц.
- 2) Определители квадратных матриц и их свойства.
- 3) Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
- 4) Операции над матрицами.
- 5) Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица.
- 6) Ранг матрицы и его вычисление.
- 7) Матричный способ решения СЛАУ.
- 8) Формулы Крамера.
- 9) Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.
- 10) Однородные СЛАУ. Критерий существования ненулевого решения однородной СЛАУ.
- 11) Схема решения СЛАУ методом Гаусса.
- 12) Понятие вектора. Виды векторов. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора.
- 13) Линейная зависимость и независимость векторов.
- 14) Базис. Разложение вектора по базису.
- 15) Скалярное произведение векторов, его свойства и механический смысл.
- 16) Векторное произведение векторов, его свойства, геометрический и механический смысл.
- 17) Смешанное произведение векторов, его свойства и геометрический смысл.
- 18) Различные формы задания прямой на плоскости.
- 19) Взаимное расположение прямых.
- 20) Расстояние от точки до прямой.
- 21) Полярная система координат
- 22) Комплексные числа, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа.
- 23) Алгебраические действия с комплексными числами.
- 24) Канонические уравнения кривых второго порядка: эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.
- 25) Классификация кривых второго порядка. Приведение кривых второго порядка к каноническому виду.
- 26) Уравнение связки плоскостей.
- 27) Общее уравнение плоскости и его частные случаи.

- 28) Уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках.
- 29) Нормальное уравнение плоскости.
- 30) Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей
- 31) Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; векторное уравнение прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки.
- 32) Изменение формы уравнений прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
- 33) Предел функции, основные свойства пределов.
- 34) Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
- 35) Непрерывность функции в точке и на интервале.
- 36) Определение производной функции, ее геометрический смысл.
- 37) Основные правила дифференцирования.
- 38) Производная сложной и параметрически заданных функций.
- 39) Дифференциал функции.
- 40) Производные и дифференциалы высших порядков.
- 41) Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
- 42) Теорема Лопиталю.
- 43) Экстремум функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика.
- 44) Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП.
- 45) Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций.
- 46) Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
- 47) Производная по направлению. Градиентфункции.
- 48) Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие существования экстремума.
- 49) Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве.
- 50) Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства.
- 51) Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной.
- 52) Интегрирование по частям.
- 53) Интеграл от функций, содержащих квадратный трехчлен.
- 54) Интегрирование рациональных дробей.
- 55) Интегрирование тригонометрических функций.
- 56) Интегрирование некоторых иррациональных функций. Понятие о неинтегрируемости функций.
- 57) Определенный интеграл - определение и свойства.
- 58) Производная от определенного интеграла по переменному верхнему пределу.
- 59) Связь между определенным интегралом и первообразной функцией. Формула Ньютона-Лейбница.
- 60) Геометрические и механические приложения определенного интеграла.

- 61) Несобственные интегралы первого и второго рода
- 62) Двойной интеграл: определение и свойства.
- 63) Вычисление двойного интеграла путем сведения к повторному. Основные виды областей интегрирования
- 64) Геометрические и механические приложения двойного интеграла.
- 65) Криволинейные интегралы, их вычисление и условие независимости от линии интегрирования.
- 66) Формула Грина.
- 67) Вычисление геометрических и физических величин посредством криволинейных интегралов.
- 68) Дифференциальные уравнения. Понятие об общем и частном решениях дифференциального уравнения. Геометрическая интерпретация. Задача Коши.
- 69) Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными.
- 70) Однородные дифференциальные уравнения первого порядка.
- 71) Линейные дифференциальные уравнения 1-го порядка. Уравнение Бернулли
- 72) Уравнения в полных дифференциалах
- 73) Дифференциальные уравнения высших порядков. Уравнения, допускающие понижение порядка.
- 74) Линейные однородные дифференциальные уравнения второго порядка.
- 75) Структура общего решения линейного неоднородного дифференциального уравнения второго порядка.
- 76) Интегрирование линейных неоднородных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами с правой частью специального вида
- 77) Применение аппарата дифференциальных уравнений в механике.
- 78) Числовые ряды - определение, действия над ними.
- 79) Понятие сходимости, свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости.
- 80) Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости Даламбера, Коши, сравнения рядов.
- 81) Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакочередующихся рядов (признак Лейбница).
- 82) Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Оценка остаточного члена ряда
- 83) Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов.
- 84) Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
- 85) Действия со степенными рядами.
- 86) Разложение функций в степенные ряды.. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена. Оценка остаточного члена.
- 87) Тригонометрические ряды Фурье. Достаточный признак сходимости рядов Фурье. Формулы для коэффициентов ряда.
- 88) Ряд Фурье для четных и нечетных функций.
- 89) Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.

- 90) Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события.
- 91) Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
- 92) Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- 93) Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий.
- 94) Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.
- 95) Случайные величины и законы их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Способы задания дискретной и непрерывной случайных величин и их свойства.
- 96) Числовые характеристики случайных величин и их свойства.
- 97) Вероятность попадания случайной величины в интервал.
- 98) Нормальное распределение и его числовые характеристики
- 99) Показательный, нормальный законы распределения непрерывной случайной величины.
- 100) Моменты, асимметрия и эксцесс случайной величины.
- 101) Закон больших чисел и его практическое значение. Понятие о центральной предельной теореме Ляпунова.
- 102) Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность.
- 103) Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.
- 104) Статистические оценки. Точечные оценки.
- 105) Интервальная оценка. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
- 106) Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей.
- 107) Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей
- 108) Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона. Дисперсионный анализ.
- 109) Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа.
- 110) Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.
- 111) Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.

**Билеты для экзамена**  
(пример)



федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «Самарский государственный аграрный университет»  
 Направление: 44.03.04– Профессиональное обучение  
 Профиль: «Агроинженерия»  
 Кафедра «Физика, математика и информационные технологии»  
 Дисциплина «Математика»  
**Экзаменационный билет № 1**

- 1) Ранг матрицы и его вычисление.
- 2) Расстояние от точки до плоскости.
- 3) Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ .

Составитель \_\_\_\_\_ С.В. Плотникова  
 (подпись)  
 Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ Д.В. Миронов  
 (подпись)  
 « » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Пример эталонного ответа на вопрос экзаменационного билета**

- 1) Ранг матрицы и его вычисление.

В произвольной матрице  $A$  порядка  $m \times n$  путем вычеркивания нескольких строк и столбцов так, чтобы количество оставшихся строк равнялось количеству оставшихся столбцов, можно образовать множество миноров.

Наивысший порядок отличного от нуля минора называется рангом матрицы  $A$  и обозначается  $r = \text{rang} A$ .

Если квадратная матрица порядка  $n$  невырожденная, то ее ранг равен ее порядку  $n$ , в противном случае – ранг меньше ее порядка. Ранг нулевой матрицы полагают равным нулю. Ранг диагональной матрицы равен количеству ее ненулевых диагональных элементов.

Укажем прием, облегчающий вычисление ранга, основанный на следующей теореме.

**Теорема.** Элементарные преобразования не меняют ранга матрицы.

Таким образом, нахождение ранга матрицы  $A$  сводится к тому, чтобы с помощью элементарных преобразований перевести матрицу  $A$  в ступенчатую матрицу  $A'$  того же ранга:

$$A' = \left( \begin{array}{cccccc} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1p} & \dots & a_{1n} \\ 0 & a_{22} & \dots & a_{2p} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & a_{pp} & \dots & a_{pn} \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 & \dots & 0 \end{array} \right) \left. \begin{array}{l} \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \\ \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \\ \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \\ \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \\ \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \\ \vphantom{\left( \begin{array}{cccccc} \end{array} \right)} \end{array} \right\} \begin{array}{l} p \text{ строк} \\ \\ \\ \\ m-p \text{ строк} \end{array}$$

в которой: а) все элементы, расположенные ниже главной диагонали равны нулю; б) либо все элементы последних  $m - p$  строк равны нулю, либо  $m = p$ ; в) все элементы главной диагонали не равны нулю.

Ранг матрицы будет равен числу главных диагональных элементов, отличных от нуля или числу ненулевых строк матрицы, т.е.

$$\text{rang}A = \text{rang}A' = p.$$

2. Расстоянием от точки до плоскости. Расстоянием от точки до плоскости называется длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на плоскость. Рассмотрим в пространстве некоторую плоскость  $\pi$  и произвольную точку  $M_0(x_0, y_0, z_0)$ . Выберем для плоскости единичный нормальный вектор  $\vec{n}$  с началом в некоторой точке  $M_1(x_1, y_1, z_1) \in \pi$  и пусть  $d$  – расстояние от точки  $M_0$  до плоскости  $\pi$  (рис. 5). Тогда  $d = |np_{\vec{n}}\overline{M_1M_0}| = |\vec{n} \cdot \overline{M_1M_0}|$ , так как  $|\vec{n}|=1$ .

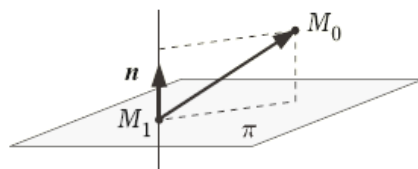


Рис. 5

Если плоскость  $\pi$  задана общим уравнением  $Ax + By + Cz + D = 0$ , то ее нормальным вектором является вектор с координатами  $(A, B, C)$  и в качестве единичного нормального вектора можно выбрать

$$\vec{n} = \left( \frac{A}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \frac{B}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}, \frac{C}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} \right).$$

Пусть  $(x_0, y_0, z_0)$  и  $(x_1, y_1, z_1)$  – соответственно координаты точек  $M_0$  и  $M_1$ . тогда выполняется равенство  $Ax_1 + By_1 + Cz_1 + D = 0$  и можно найти координаты вектора  $\overline{M_1M_0} = (x_0 - x_1, y_0 - y_1, z_0 - z_1)$ .

Записывая скалярное произведение  $\vec{n} \cdot \overline{M_1M_0}$  в координатной форме и преобразуя его, получаем

$$d = \frac{|A(x_0 - x_1) + B(y_0 - y_1) + C(z_0 - z_1)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}} = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 - (Ax_1 + By_1 + Cz_1)|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}},$$

поскольку  $Ax_1 + By_1 + Cz_1 = -D$ , то

$$d = \frac{|Ax_0 + By_0 + Cz_0 + D|}{\sqrt{A^2 + B^2 + C^2}}.$$

3. Используя первый «замечательный» предел, получим

$$\begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x} &= \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 \frac{x}{2}}{x} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{x} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{x}{2} = 2 \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin \frac{x}{2}}{\frac{x}{2}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \lim_{x \rightarrow 0} \sin \frac{x}{2} \\ &= 2 \cdot 1 \cdot \frac{1}{2} \cdot 0 = 0. \end{aligned}$$

### 8.3 Критерии оценивания уровня сформированности компетенций

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных ком-

петенций проводится по 4-х бальной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

#### Шкала оценивания экзамена

Результат экзамена	Критерии
«отлично»	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, тесно увязывает теорию с практикой. При этом обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.
«хорошо»	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос. Он должен правильно применять теоретические положения при решении практических вопросов, владеть необходимыми навыками и приемами их выполнения.
«удовлетворительно»	Обучающийся имеет знания только по основному материалу, но не усвоил его детально, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения последовательности в изложении материала и испытывает затруднения в выполнении практических работ.
«неудовлетворительно»	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно с большими затруднениями выполняет практические работы или отказывается от ответа.

#### **8.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений, навыков, характеризующая этапы формирования компетенций по дисциплине «Математика» проводится в форме текущей и промежуточной аттестации.

Контроль текущей успеваемости обучающихся – текущая аттестация – проводится в ходе семестра с целью определения уровня усвоения обучающимися знаний; формирования у них умений и навыков; своевременного выявления преподавателем недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по ее корректировке; совершенствованию методики обучения; организации учебной работы и оказания обучающимся индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся:

- на занятиях (устный опрос, решение задач);
- по результатам выполнения индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов;
- по результатам отчета обучающихся в ходе индивидуальной консультации преподавателя, проводимой в часы самоподготовки, по имеющимся задолженностям.

Контроль за выполнением обучающимися каждого вида работ может осуществляться поэтапно и служит основанием для предварительной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится с целью выявления соответствия уровня теоретических знаний, практических умений и навыков по дисциплине требованиям ФГОС по направлению подготовки в форме экзамена.

Экзамен проводится после завершения изучения дисциплины в объеме рабочей учебной программы. Форма проведения экзамена определяется кафедрой (устный – по билетам, либо путем собеседования по вопросам; письменная работа, тестирование и др.). Оценка по результатам экзамена: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях, во время выполнения индивидуальных домашних заданий, а также по результатам доклада на научной студенческой конференции.

Каждая форма контроля по дисциплине включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень освоения обучающимися знаний и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков.

Процедура оценивания компетенций, обучающихся основана на следующих стандартах:

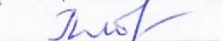
1. Периодичность проведения оценки (на каждом занятии).
2. Многоступенчатость: оценка (как преподавателем, так и обучающимися группы) и самооценка обучающегося, обсуждение результатов и комплекса мер по устранению недостатков.
3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.
4. Соблюдение последовательности проведения оценки: предусмотрено, что развитие компетенций идет по возрастанию их уровней сложности, а оценочные средства на каждом этапе учитывают это возрастание.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице:


№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1	Индивидуальное домашнее задание	Средство проверки умений применять полученные теоретические знания по дисциплине для решения типовых задач	Комплект индивидуальных домашних заданий
2	Кейс-задача	Проблемное задание, в котором обучающемуся предлагают осмыслить реальную профессионально-ориентированную ситуацию, необходимую для решения данной проблемы	Кейс-задачи
3	Устный	Средство контроля знаний основных понятий	Вопросы по

	опрос	и законов дисциплины. Может проводиться в начале/конце лекционного или практического занятия в течение 15-20 мин. Либо устный опрос проводится в течение всего практического занятия по заранее выданной тематике. Выбранный преподавателем обучающийся может отвечать с места либо у доски.	темам/разделам дисциплины
4	Экзамен	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практикоориентированными заданиями.	Комплект вопросов к экзамену

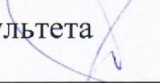
Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).


Рабочую программу разработал:  
доцент кафедры «Физика, математика и информационные технологии» канд. пед. наук, доцент, Плотникова С. В. 

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Физика, математика и информационные технологии» «12» апреля 2021 г., протокол № 7

Заведующий кафедрой  
канд. физ.-мат. наук, доцент, Д. В. Миронов 

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии факультета  
канд. пед. наук, доцент, Д.В. Романов 

Руководитель ОПОП ВО  
канд. пед. наук, доцент, Д.В. Романов 

Начальник УМУ  
канд. тех. наук, доцент, С. В. Краснов 