

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации  
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Самарский государственный аграрный университет»



## РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

### Высшая математика

Направление подготовки: **38.03.01 Экономика**

Профиль: **Бухгалтерский учет, анализ и аудит**

Название кафедры: **Физика, математика и информационные технологии**

Квалификация: **бакалавр**

Форма обучения: **очная, очно-заочная**

Кинель 2023

## **1 ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ**

Целью освоения дисциплины «Высшая математика» является формирование у обучающихся комплекса компетенций, соответствующих их направлению подготовки, и необходимых для эффективного решения будущих профессиональных задач.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- изучение базовых понятий линейной алгебры и аналитической геометрии, математического анализа, теории вероятностей и математической статистики (математики);
- освоение математического аппарата, необходимого для моделирования и решения экономических задач;
- развитие логического мышления и способности самостоятельно расширять и углублять математические знания.

## **2 МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО**

Дисциплина Б1.О.11 «Высшая математика» относится к обязательной части Блока 1 «Дисциплины (модули)» учебного плана.

Дисциплина изучается в 1 семестре на I курсе очной, очно-заочной форм.

## **3 КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения ОПОП):

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	ИД-1. Анализирует задачу, выделяя ее базовые составляющие.	<b>Знает</b> типовую структуру задачи и основные базовые составляющие задачи <b>Умеет</b> анализировать задачу, выделяя ее базовые составляющие, соотносить задачу с тем или иным известным типом <b>Владеет</b> навыком анализа поставленной задачи, выделяя ее базовые составляющие и этапы реализации
	ИД-2. Осуществляет поиск, критический анализ и синтез информации необходимой, для решения поставленных задач.	<b>Знает</b> основы поиска, сбора и обработки информации <b>Умеет</b> применять методики поиска, сбора и обработки информации; осуществлять критический анализ и синтез информации, полученной из разных источников <b>Владеет</b> навыком поиска, сбора, описания, систематизации и анализа информации необходимой, для решения поставленных задач
	ИД-3. Выбирает вариант решения задачи на основе критического анализа и системного подхода.	<b>Знает</b> различные типы задач и способы их решения <b>Умеет</b> выбирать вариант решения задачи на основе критического анализа и системного подхода <b>Владеет</b> навыком выбирать и реализовывать вариант решения

		задачи на основе критического анализа и системного подхода
--	--	--

## 4 СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

### 4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.

#### для очной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость дисциплины		Семестры (кол-во недель в семестре)
	Всего часов	Объем контактной работы	
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>	90	90	90
в том числе:			
Лекции	36	36	36
Практические занятия	54	54	54
<b>Самостоятельная работа (всего), в том числе:</b>	90	2,35	90
СРС в семестре:			
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	20		20
Подготовка к практическим занятиям	14	-	14
Выполнение индивидуальных домашних заданий	20	-	20
СРС в сессию:	Экзамен	2,35	36
<b>Вид промежуточной аттестации (экзамен)</b>	экзамен		экзамен
<b>Общая трудоемкость, ч.</b>	180	92,35	180
<b>Общая трудоемкость, зачетные единицы</b>	5		5

#### для очно-заочной формы обучения

Вид учебной работы	Трудоемкость дисциплины		Семестры (кол-во недель в семестре)
	Всего часов	Объем контактной работы	
<b>Аудиторная контактная работа (всего)</b>	44	44	44
в том числе:			
Лекции	18	18	18
Практические занятия	26	26	26
<b>Самостоятельная работа (всего), в том числе:</b>	136	2,35	136
СРС в семестре:			
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	36		36
Подготовка к практическим занятиям	40	-	40
Выполнение индивидуальных до-	24	-	24

	машних заданий			
СРС в сессию:	Экзамен	36	2,35	36
<b>Вид промежуточной аттестации (экзамен)</b>	экзамен			экзамен
<b>Общая трудоемкость, ч.</b>	180	46,35		180
<b>Общая трудоемкость, зачетные единицы</b>	5			5

## 4.2 Тематический план лекционных занятий

### для очной формы обучения

№ п./п.	Темы лекционных занятий	Трудоемкость, ч.
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Понятие матрицы. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Операции над матрицами. Обратная матрица.	2
2.	Линейная зависимость и независимость векторов. Базис. Разложение вектора по базису. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Векторное и смешанное произведение векторов и их свойства.	2
3.	Плоскость и ее уравнения: уравнение связки плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
4.	Комплексные числа, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа Алгебраические действия с комплексными числами.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>		
5.	Предел функции, основные свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на интервале. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	2
6.	Определение производной функции, ее механический смысл. Основные правила дифференцирования. Производная сложной и параметрически заданных функций. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Теорема Лопитала.	2
7.	Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций.	2
8.	Производная по направлению. Градиент. Экстремум ФМП. Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве.	2
9.	Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям.	2
10.	Интеграл от функций, содержащих квадратный трехчлен. Интегрирование тригонометрических функций.	2
11.	Определенный интеграл - определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций.	2
12.	Числовые ряды - определение, действия над ними. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных и знакочередующихся рядов.	2
13.	Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.	2

	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
14.	Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2
15.	Случайные величины. Дискретные и непрерывные случайные величины и способы их задания. Числовые характеристики случайных величин. Нормальный закон распределения непрерывной случайной величины	2
16.	Основы статистического описания. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление. Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.	2
17.	Статистическая гипотеза. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона	2
18.	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.	2
<b>Итого:</b>		<b>36</b>

#### **для очно-заочной формы обучения**

<b>№ п./п.</b>	<b>Темы лекционных занятий</b>	<b>Трудоемкость,ч.</b>
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Понятие матрицы. Определители квадратных матриц и их свойства. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа. Операции над матрицами. Обратная матрица.	2
2.	Плоскость и ее уравнения: уравнение связки плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках. Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей. Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>		
3.	Предел функции, основные свойства пределов. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Первый и второй замечательные пределы. Непрерывность функции в точке и на интервале. Односторонние пределы. Непрерывность функции. Классификация точек разрыва.	2
4.	Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП. Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций.	2
5.	Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства. Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной. Интегрирование по частям.	2
6.	Определенный интеграл - определение и свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Несобственные интегралы с бесконечными пределами интегрирования и от неограниченных функций.	2
7.	Числовые ряды - определение, действия над ними. Необходимое условие сходимости. Достаточные признаки сходимости знакоположительных и знакочередующихся рядов.	2
<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>		
8.	Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Элементы комбинаторики. Теорема сложения вероятностей. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей. Формула полной вероятности. Формула Байеса.	2

9.	Основы статистического описания. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление. Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.	2
	<b>Итого:</b>	<b>18</b>

#### 4.3 Тематический план практических занятий

##### для очной формы обучения

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Вычисление определителей 2-го и третьего порядков. Формулы Крамера.	2
2.	Операции над матрицами. Матричный способ решения СЛАУ.	2
3.	Ранг матрицы и его вычисление. Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Решение СЛАУ методом Гаусса.	2
4.	Действия над векторами в координатной форме. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора. Скалярное, векторное, смешанное произведения векторов.	2
5.	Общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение связки плоскостей. Взаимное расположение плоскостей.	2
6.	Общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>		
7.	Вычисление пределов функций. Раскрытие неопределенностей вида $\left[ \begin{array}{c} 0 \\ 0 \end{array} \right]$ , $\left[ \begin{array}{c} \infty \\ \infty \end{array} \right]$ . Первый и второй «замечательные» пределы. Исследование функций на непрерывность в заданных точках.	2
8.	Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная от функции заданной параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.	2
9.	Раскрытие неопределенностей (правило Лопитала).	2
10.	Применение производной к исследованию функций: экстремум функции, возрастание и убывание функции, выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика. Схема исследования и построения графика функции.	2
11.	Функция нескольких переменных. Область определения. Частные производные. Полная производная и дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функции.	2
12.	Касательная плоскость и нормаль к поверхности функции двух переменных. Производная по направлению. Градиент функции. Экстремум функции нескольких переменных.	2
13.	Наибольшее и наименьшее значения функции на замкнутом множестве. Условный экстремум функции нескольких переменных.	2
14.	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Табличное интегрирование. Интегрирование посредством замены переменной.	2
15.	Интеграл от функций, содержащих квадратный двучлен. Интегрирование по частям.	2
16.	Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригонометрических функций.	2
17.	Вычисление определенного интеграла. Геометрические приложения определенного интеграла. Вычисление несобственных интегралов по бесконечному промежутку. Интегрирование неограниченных функций. Вычисление определенного	2

	интеграла.	
18.	Числовые ряды. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточные признаки сходимости рядов с положительными членами (признак сравнения, Даламбера, интегральный признак Коши).	2
19.	Абсолютная и условная сходимость знакопеременного ряда. Признаки сходимости знакочередующегося ряда (признак Лейбница). Вычисление с заданной точностью суммы знакочередующегося ряда.	2
20.	Функциональные ряды. Радиус и интервал сходимости степенного ряда. Ряды Тейлора. Основные разложения. Остаточный член ряда Тейлора.	2
	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
21.	Непосредственный подсчет вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса	2
22.	Повторные независимые испытания.	2
23.	Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины Непрерывная случайная величина. Интегральная функция распределения. Плотность распределения. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	2
24.	Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики статистических распределений.	2
25.	Интервальные оценки. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения. Проверка статистических гипотез.	2
26.	Корреляционный анализ. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.	2
27.	Регрессионный анализ. Парная регрессионная модель. Проверка значимости и интервальная оценивание уравнения и коэффициентов регрессии.	2
<b>Итого:</b>		<b>54</b>

### для очно-заочной формы обучения

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
<b>Раздел 1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия</b>		
1.	Вычисление определителей 2-го и третьего порядков. Формулы Крамера. Операции над матрицами. Матричный способ решения СЛАУ.	2
2.	Ранг матрицы и его вычисление. Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ. Решение СЛАУ методом Гаусса.	2
3.	Общее уравнение плоскости; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение связки плоскостей. Взаимное расположение плоскостей.	2
4.	Общие уравнения прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки. Взаимное расположение прямых и плоскостей.	2
<b>Раздел 2. Математический анализ</b>		
5.	Основные правила дифференцирования. Производная сложной функции. Производная от функции заданной параметрически. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков.	2
6.	Раскрытие неопределенностей (правило Лопиталя). Применение производной к исследованию функций: экстремум функции, возрастание и убывание функции, выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика.	2
7.	Первообразная функции и неопределенный интеграл. Табличное интегрирование. Интегрирование посредством замены переменной.	2
8.	Интеграл от функций, содержащих квадратный двучлен. Интегрирование по частям.	2
9.	Интегрирование некоторых иррациональных функций. Интегрирование тригоно-	2

	метрических функций.	
	<b>Раздел 3. Теория вероятностей и математическая статистика</b>	
10.	Непосредственный подсчет вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей. Полная вероятность. Формула Байеса. Повторные независимые испытания.	2
11.	Дискретные случайные величины. Ряд распределения. Числовые характеристики дискретной случайной величины Непрерывная случайная величина. Интегральная функция распределения. Плотность распределения. Числовые характеристики непрерывной случайной величины.	2
12.	Вариационный ряд. Полигон и гистограмма. Числовые характеристики статистических распределений. Интервальные оценки. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения. Проверка статистических гипотез.	2
13.	Корреляционный анализ. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи. Регрессионный анализ. Парная регрессионная модель. Проверка значимости и интервальная оценивание уравнения и коэффициентов регрессии.	2
<b>Итого:</b>		<b>26</b>

#### 4.4 Тематический план лабораторных работ

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

#### 4.5 Самостоятельная работа

##### для очной формы обучения

Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	Самостоятельное изучение литературы по следующим вопросам: - Линии второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики. - Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши. - Метод наименьших квадратов. - Интегрирование рациональных дробей. - Вероятность попадания случайной величины в интервал. - Свойства числовых характеристик случайных величин. - Мода и медиана. - Типы выборок. - Несмещенные, эффективные и состоятельные оценки. - Понятие о нелинейной регрессии. - Корреляционное отношение.	20
Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	14
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение задач из индивидуальных домашних заданий	20
Экзамен	Проработка вопросов, выносимых на экзамен с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, ос-	36

	новной и дополнительной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	
<b>ИТОГО</b>		<b>90</b>

### **для очно-заочной формы обучения**

Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	<p>Самостоятельное изучение литературы по следующим вопросам:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Виды векторов. Скалярное произведение векторов и его свойства. Линейные операции над векторами. Проекции вектора на ось. Свойства проекций. Действия над векторами, заданными в координатной форме.</li> <li>- Линии второго порядка. Канонические уравнения кривых второго порядка: окружности, эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.</li> <li>- Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши.</li> <li>- Поверхности и линии уровня Экстремум ФМП. Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве Метод наименьших квадратов.</li> <li>- Интегрирование рациональных дробей. Интегрирование некоторых иррациональных функций.</li> <li>- Свойства сходящихся рядов. Оценка остаточного члена ряда. Действия со степенными рядами. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена.</li> <li>- Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий. Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.</li> <li>- Статистическая гипотеза. Общая схема проверки статистических гипотез. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона. Проверка гипотезы о равенстве генеральных. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей, средних двух нормальных совокупностей.</li> <li>- Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.</li> </ul>	36
Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	40
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение задач из индивидуальных домашних заданий	24
Экзамен	Проработка вопросов, выносимых на экзамен с использованием конспектов лекций, материалов практических занятий, основной и дополнительной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	36
<b>ИТОГО</b>		<b>136</b>

### **5 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ**

Изучение дисциплины необходимо начать с ознакомления с рабочей программой. Особое внимание следует обратить на вопросы, выносимые для самостоятельного изучения. В тезисах лекций представлен теоретический материал по дисциплине согласно рабочему плану, в конце приведены вопросы для контроля знаний.

Изучая дисциплину необходимо равномерно распределять время на проработку лекций, самостоятельную работу по выполнению практических работ, самостоятельную работу по подготовке к практическим занятиям. Вопросы теоретического курса, вынесенные на самостоятельное изучение, наиболее целесообразно осваивать сразу после прочитанной лекции, составляя конспект по вопросу в тетради с лекционным материалом.

Перед лекцией необходимо просмотреть конспект предыдущей лекции, разобрать и за-конспектировать теоретические вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к дополнительным литературным источникам, лектору или к преподавателю на практических занятиях. При подготовке к практическим занятиям по лекциям и рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующий теме занятия. В начале занятия задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, предназначенных для самостоятельного решения. На занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, в случае затруднений обращаться к преподавателю. Студентам, пропустившим занятия, рекомендуется явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме пропущенного занятия. Домашние задания должны выполняться самостоятельно, предоставляться в установленный срок и соответствовать установленным требованиям по оформлению.

При работе с литературой следует обратить внимание на источники основной и дополнительной литературы, приведенные в рабочей программе. Для большего представления о дисциплине возможно ознакомление с периодическими изданиями последних лет, Интернет-источниками.

При подготовке к экзамену изучить конспекты лекций, практических работ и рекомендуемую литературу, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

## **6 ОСНОВНАЯ, ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»**

### **6.1 Основная литература:**

6.1.1. Дегтярева, О. М. Краткий теоретический курс по математике для бакалавров и специалистов [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Г. А. Никонова, О. М. Дегтярева. – Казань : КНИТУ, 2013. – 136 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/302730>.

6.1.2. Курс лекций по математике [Электронный ресурс] : учебное пособие. – М. : РГУФКСМиТ, 2011. – 135 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/202907>.

6.1.3. Математика [Электронный ресурс] : практ. пособие / Г. А. Ларичева, С. М. Бакусова, М. С. Иванов, Д. К. Иштириякова, М. А. Богданова, В. В. Колушов. – Уфа : УГАЭС, 2007. – 100 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/143773>.

### **6.2 Дополнительная литература:**

6.2.1. Беришвили, О. Н. Математика. Математическая статистика [Электронный ресурс] : методические указания для практических занятий. Ч. I / С. В. Плотникова, О. Н. Беришвили. – Самара : РИЦ СГСХА, 2015. – 79 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/349940>.

6.2.2. Высшая математика для студентов заочной формы обучения [Электронный ресурс] : учеб. пособие. – Ч. III / М. Г. Ахмадиев, Д. Н. Бикмухаметова, Г. Б. Гурьянова, Т. Х. Каримов, О. Н. Тюленева, И. И. Хамдеев. – Казань : КГТУ, 2006. – 70 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/283376>.

6.2.3. Калиева, О. М. Прикладные задачи математики в экономике и управлении [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. И. Буреш, О. М. Калиева. – Оренбург : ОГУ, 2012. – 110 с. – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/179386>.

6.2.4. Семушина, Е. И. Математика для экономистов [Электронный ресурс] : учебное пособие. – Челябинск : ЧГАКИ, 2008. – 75 с. – (Ч. 1 Линейная алгебра и аналитическая геометрия). – Режим доступа : <https://rucont.ru/efd/192240>.

### 6.3 Программное обеспечение:

- 6.3.1. Microsoft Windows 7 Профессиональная 6.1.7601 Service Pack 1;
- 6.3.2. Microsoft Windows SL 8.1 RU AE OLP NL;
- 6.3.3. Microsoft Office стандартный 2013;
- 6.3.4. Microsoft Office Standard 2010;
- 6.3.5. Kaspersky Endpoint Security для бизнеса - Стандартный Russian Edition;
- 6.3.6. WinRAR:3.x: Standard License – educational –EXT;
- 6.3.7. 7 zip (свободный доступ).

### 6.4 Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных:

6.4.1. <http://rucont.ru/catalog> – Национальный цифровой ресурс Руконт – межотраслевая электронная библиотека (ЭБС) на базе технологии Контекстум.

6.4.2. <http://e.lanbook.com/books/> – Электронно-библиотечная система издательства Лань.

6.4.3. <http://www.mathnet.ru> – Общероссийский математический портал.

## 7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п/п	Наименование специальных помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, ауд. 3307. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 30 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы, стулья, лавки, учебная доска) и техническими средствами обучения (переносной проектор, переносной ноутбук, переносной экран)
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, курсового проектирования (выполнения курсовых работ), групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, ауд. 3311. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т., Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 40 посадочных мест, укомплектованная специализированной мебелью (столы, стулья, учебная доска) и техническими средствами обучения (переносной проектор, переносной ноутбук, переносной экран)
3	Помещение для самостоятельной работы, ауд. 3310а (читальный зал). <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Помещение на 6 посадочных мест, укомплектованное специализированной мебелью (компьютерные столы, стулья) и оснащенное компьютерной техникой (6 рабочих станций), подключенной к сети «Интернет» и обеспечивающей доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
4	Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, ауд. 3203б. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Специальный инструмент и инвентарь для учебного оборудования: кисточки для очистки компьютеров и комплектующих, спирт, комплектующие и расходные материалы.

## **8 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

### **8.1 Виды и формы контроля по дисциплине**

Контроль уровня усвоенных знаний, освоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнении заданий на практических занятиях, выполнении индивидуальных заданий в виде докладов. Текущему контролю подлежит посещаемость обучающимися аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения компетенций является промежуточная аттестация в форме экзамена, проводимая с учетом результатов текущего контроля в 1 семестре (очная, очно-заочная формы обучения).

### **8.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины**

#### *Oценочные средства для проведения текущей аттестации*

Текущий контроль успеваемости студентов по дисциплине «Высшая математика» включает выполнение индивидуальных домашних заданий (ИДЗ), которые преследуют цель закрепления теоретических знаний и развития навыков самостоятельных, практических математических расчетов, в том числе при решении экономических задач.

#### *Индивидуальные домашние задания (ИДЗ)*

##### **ИДЗ №1**

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

1. Вычислить определитель третьего порядка тремя способами: 1) по правилу треугольника; 2) раскладывая по элементам второй строки; 3) раскладывая по элементам первого столбца.

2. Для двух матриц  $A$  и  $B$  найти: 1) линейную комбинацию матриц  $\alpha A + \beta B$ ; 2) произведение матриц  $AB$  и  $BA$ ; 3) обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 3$ ,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

3. Найти ранг матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}.$$

$$\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$$

4. Решить систему двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

5. Решить систему линейных уравнений  $A \cdot X = B$  методом Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

### ИДЗ № 2

1. Даны координаты вершин пирамиды  $ABCD$ :  $A(1,1,1)$ ,  $B(-1,0,2)$ ,  $C(3,-3,0)$ ,  $D(2,3,4)$ .

Найти: 1) Координаты векторов  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ; 2) угол  $\varphi$  между векторами  $\vec{AB}$  и  $\vec{AC}$ ; 3)  $np_{AB}\vec{AC}$ ; 4) площадь грани  $ABC$  и ее высоту  $h$ , опущенную на ребро  $A_1A_3$ ; 4) объем пирамиды  $ABCD$  и ее высоту  $H$ , опущенную из вершины  $D$ .

2. Написать разложение вектора  $\vec{x} = (3, -2, 7)$  по векторам  $\vec{a}_1 = (4, -5, 1)$ ,  $\vec{a}_2 = (1, -1, 3)$ ,  $\vec{a}_3 = (1, -2, -2)$ .

3. Даны координаты вершины треугольника  $ABC$ :  $A(4,3)$ ,  $B(16,-6)$ ,  $C(20,16)$ . Требуется найти: 1) уравнения сторон  $AB$  и  $BC$  и их угловые коэффициенты; 2) длину стороны  $AB$ ; 3) угол  $B$  в радианах; 4) уравнение высоты  $CD$  и ее длину; 5) уравнение медианы  $AE$  и координаты точки  $K$  пересечения этой медианы с высотой  $CD$ ; 6) уравнение прямой, проходящей через точку  $K$  параллельно стороне  $AC$ ; 7) координаты точки  $M$ , расположенной симметрично точке  $A$  относительно прямой  $CD$ .

4. Найдите расстояние от точки  $M_0(1, -1, 4)$  до плоскости, проходящей через три точки  $M_1(1, 5, 7)$ ,  $M_2(-3, 6, 3)$  и  $M_3(-2, 7, 3)$ .

5. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A(3, -4, 1)$  перпендикулярно вектору  $\vec{BC}$ , где  $B(5, 3, -4)$ ,  $C(7, 8, 3)$ .

6. Найдите угол между плоскостями  $x - \sqrt{2}y + z - 1 = 0$  и  $x + \sqrt{2}y + z + 3 = 0$ .

7. Найти координаты точки  $M$  пересечения плоскости  $\pi: x - y + 2z + 3 = 0$  и прямой  $L: \frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-1} = \frac{z-1}{2}$ .

8. Найти канонические уравнения прямой, заданной в общем виде:

$$\begin{cases} x - y + z - 2 = 0, \\ x + y - z = 0. \end{cases}$$

9. Построить кривые второго порядка и выписать их характеристики:  
1)  $x^2 + y^2 + 4x - 6y - 3 = 0$ ; 2)  $3x^2 - y^2 - 12 = 0$ ; 3)  $y^2 + 4y - x + 5 = 0$ .

### ИДЗ №3

1. Найти пределы функций: а)  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2 + x - 10}{x^2 + x - 6}$ , б)  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{x+1} - 1}$ , в)  
 $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x+2}{2x^2 + x + 1}$ , г)  $\lim_{x \rightarrow 0} \arctg 2x$ , д)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{x}\right)^{5x+2}$ .

$$y = \frac{x}{x-3}.$$

2. Исследовать на непрерывность функции:

3. Исследовать данную функцию на непрерывность и построить ее график.

$$y = \begin{cases} 4 - x^2, & \text{если } x \leq -1 \\ 2 - x, & \text{если } -1 < x < 2 \\ x - 5, & \text{если } x \geq 2 \end{cases}$$

#### ИДЗ №4

1. Продифференцировать данные функции:

$$\begin{aligned} \text{а)} y &= x^5 + \frac{1}{x^4} - \sqrt[3]{x^2} + 3; & \text{б)} y &= x^3 \cdot \sin x; \\ \text{в)} y &= \frac{x^2 + 1}{\arctg x}; & \text{г)} y &= 2^x \cdot \operatorname{tg} x. \end{aligned}$$

2. Вычислить производные сложной функции:

$$\begin{aligned} \text{а)} y &= \arctg \sqrt{x}; & \text{б)} y &= 3^{\operatorname{tg} x} \cdot \cos^2 x; \\ \text{в)} y &= \ln \sin(x^3 + 2); & \text{г)} y &= \operatorname{arcctg}(e^{\cos 3x}). \end{aligned}$$

3. Найти  $y'$  выполнив сначала логарифмирование указанной функции

$$y = x \cdot \sqrt[3]{\frac{x^2}{x^2 + 1}}.$$

4. Найти производную  $y'$ , если а)  $y = (x+1)^{\sin x}$ ; б)  $y = (1+x^2)^{\arctg^2 x}$ .

5. Найти производную  $y'_x$  функции, заданной параметрически

$$\begin{cases} x = \cos^3 t, \\ y = \sin^3 t. \end{cases}$$

6. Пользуясь правилом Лопитала, найти указанные пределы:

$$\text{а)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{\sin x}; \quad \text{б)} \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(x^2 - 3)}{x^2 - 3x + 2};$$

$$\text{в)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - \cos 2x}{\cos x - \cos 3x}; \quad \text{г)} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - e^{-x} - 2x}{x - \sin x}.$$

#### ИДЗ №5

1. Найти частные производные и частные дифференциалы функции  $w = (xy^2)^{z^3}$ .

2. Вычислить значения частных производных для функции  $u = \ln^2(x^2 + y^2 - z^2)$  в точке  $M(2,1,1)$ . Записать полный дифференциал указанной функции.

3. Найти частные производные функции  $z = \sin(uv)$ , где  $u = 2x + 3y$ ;  $v = xy$ .

4. Найти полную производную функции  $u = x + y^2 + z^3$ , где  $y = \sin x$ ;  $z = \cos x$ .

5. Найти производную функции  $y$ , заданной неявно уравнением  $x^3 + y^3 - e^{xy} - 5 = 0$ .

6. Найти частные производные второго порядка функции  $z = e^{x^2 y^2}$ .

7. Данна функция  $u = x^2 + y^2 + z^2$ . Найти производную  $\frac{\partial u}{\partial l}$  в точке  $M(1, 1, 1)$  в направлении вектора  $l = 2i + j + 3k$ .

8. Данна функция  $u = x^2 + y^2 + z^2$ . Определить градиент в точке  $M(1, 1, 1)$  и производную от функции  $u$  в данной точке в направлении градиента.

### ИДЗ №6

Вычислить неопределенные интегралы:

$$1. \int \frac{\sqrt{x} + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x}} dx$$

$$2. \int e^{\frac{x}{3}} dx$$

$$3. \int \frac{e^x dx}{3 + 4e^x}$$

$$4. \int \frac{dx}{\sqrt{1 - 5x^2}}$$

$$5. \int \frac{\arccos^3 x}{\sqrt{1 - x^2}} dx$$

$$6. \int 4^{\operatorname{ctgx} x} \frac{dx}{\sin^2 x}$$

$$7. \int x^{5^x} dx$$

$$8. \int x^2 \sin x dx$$

$$9. \int \operatorname{arctg} x dx$$

$$10. \int \frac{dx}{x^2 + x - 1}$$

$$11. \int \frac{xdx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}$$

$$12. \int \frac{5x + 2}{x^2 + 2x + 10} dx$$

$$13. \int \sin 2x \cos 5x dx$$

$$14. \int \sin^4 3x dx$$

$$15. \int \sin^3 2x dx$$

$$16. \int \operatorname{ctg}^4 x dx$$

$$17. \int \frac{\sqrt{x} dx}{\sqrt{x+1}}$$

$$18. \int \frac{dx}{3 \sin x + 4 \cos x + 5}$$

### ИДЗ №7

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot n + (-1)^n}{\sqrt{n+3}}$$

1. Написать 4 первых члена ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4 \cdot n + (-1)^n}{\sqrt{n+3}}$ . Выписать выражения для  $a_{n-1}$ ,  $a_n$ ,  $a_{n+1}$ .

2. Проверить возможность решения вопроса о сходимости ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} (6n+1) \cdot n$  с помощью необходимого признака.

3. Применяя признаки сравнения исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n \cdot \sqrt[3]{n+2}}$  на сходимость.

4. С помощью признака Даламбера исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{6^n}$  на сходимость.
5. С помощью интегрального признака Коши исследовать ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3) \cdot \ln(n+3)}$  на сходимость.

### ИДЗ №8

1. Из двух перетасованных совместно колод извлекаются две карты. Какова вероятность того, что 1) обе карты масти кресты; 2) хотя бы одна карта масти кресты?
2. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение часа 0,75, а второго 0,8. Какова вероятность того, что в течение часа будет нарушение в работе только одного станка, если станки работают независимо друг от друга?
3. В мясной цех поступает свинина из трех свиноводческих хозяйств. Первое хозяйство поставляет 45% от общей массы свиного мяса, второе – 40%, третье – 15%. Поставки первого хозяйства содержат 30% свинины, превышающей норму содержания сала, второго – 20%, а третьего – 10% такой свинины. Какова вероятность того, что взятая случайнным образом свиная туша будет соответствовать норме содержания сала?
4. В хлебопекарне имеется 6 контейнеров для готовой продукции. При существующем режиме работы вероятность того, что в данный момент контейнер полностью загружен равна 0,8. Какова вероятность того, что в данный момент загружены не более четырех контейнеров? Найти наивероятнейшее число полностью загруженных контейнеров.
5. Вероятность поражения мишени при одном выстреле равна 0,8. Какова вероятность того, что при 100 выстрелах мишень будет поражена а) ровно 85 раз; б) не менее 75 раз?
7. Среднее число заявок, поступающих на склад в течение месяца, равно двум. Какова вероятность того, что в течение трех месяцев поступит а) ровно 3 заявки, б) более трех заявок?
8. Производится стрельба по удаляющейся цели из орудия. При первом выстреле вероятность попадания равна 0,8; при втором – 0,4. Случайная величина X – число попаданий в цель при двух выстрелах. Составить закон распределения. Построить график функции распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратическое отклонение.
10. Длина изготавляемой детали представляет собой случайную величину, распределенную по нормальному закону. Средняя длина детали равна 50 мм, а дисперсия – 0,25мм<sup>2</sup>. Какое поле допуска длины изготавляемой детали можно гарантировать с вероятностью 0,99?

### ИДЗ №9

- Задана двухмерная выборка XY. Для выборок X и Y необходимо:
- 1) Составить интервальный ряд распределения;
  - 2) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение;
  - 3) Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
  - 4) Построить гистограмму относительных частот;
  - 5) Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсона при уровне значимости 0,05;
  - 6) Построить график теоретической плотности вероятности;
  - 7) Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания генеральной совокупности с надежностью 0,95;
  - 8) Составить корреляционную таблицу и в предположении о линейной зависимости между X и Y найти выборочный коэффициент корреляции;
  - 9) Проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05;

10) Найти выборочные уравнения прямой линии регрессии Y на X и прямой линии регрессии X на Y и построить графики на корреляционном поле.

### *Методика выполнения индивидуальных домашних заданий*

#### *ИДЗ №1*

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix}$$

1. Вычислить определитель третьего порядка тремя способами: 1) по правилу треугольника; 2) раскладывая по элементам второй строки; 3) раскладывая по элементам первого столбца.

*Решение.* 1) Вычисляем определитель, применяя правило треугольника:

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 \cdot 5 + 2 \cdot 4 \cdot 0 + (-1) \cdot 2 \cdot 3 - 3 \cdot 2 \cdot 0 - 2 \cdot (-1) \cdot 5 - 2 \cdot 4 \cdot 1 = \\ = 10 - 6 + 10 - 8 = 6.$$

2) Вычисляем определитель по теореме Лапласа, раскладывая по элементам второй строки:  $D = a_{21}A_{21} + a_{22}A_{22} + a_{23}A_{23}$ .

Если в определителе D зачеркнуть вторую строку и первый столбец, то получим:  $M_{21} =$   
 $\begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 2 \cdot 5 - 2 \cdot 3 = 4$ .

Алгебраическое дополнение  $A_{21}$  элемента  $a_{21}$  определителя D равно минору этого элемента  $M_{21}$  взятому с обратным знаком, так как сумма номеров строки и столбца – число нечетное:

$$A_{21} = (-1)^{2+1} M_{21} = -M_{21} = 4.$$

Аналогично вычисляются алгебраические дополнения  $A_{22}$  и  $A_{23}$ . Получаем

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + 2 \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 0 & 5 \end{vmatrix} + 4 \cdot (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} 1 & 2 \\ 0 & 2 \end{vmatrix} = \\ = 1 \cdot 4 + 2 \cdot 5 - 4 \cdot 2 = 6.$$

6) Разложение определителя по элементам первого столбца имеет вид:  
 $D = a_{11}A_{11} + a_{21}A_{21} + a_{31}A_{31}$ . Заметим, что  $A_{31}$  вычислять не требуется, так как  $a_{31} = 0$ , следовательно, и  $a_{31}A_{31} = 0$ .

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 2 & 4 \\ 0 & 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} 2 & 4 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} + (-1) \cdot (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 2 & 5 \end{vmatrix} = 1 \cdot 2 + (-1) \cdot (-4) = 6.$$

2. Для двух матриц  $A$  и  $B$  найти: 1) линейную комбинацию матриц  $\alpha A + \beta B$ ; 2) произведение матриц  $AB$  и  $BA$ ; 3) обратную матрицу  $A^{-1}$ , если  $\alpha = -2$ ,  $\beta = 3$ ,

$$A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix}.$$

*Решение.* 1) Матрицы одинакового порядка  $3 \times 3$ , следовательно, операция сложения определена.

$$\begin{aligned} \alpha A + \beta B &= -2 \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} + 3 \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 8 & 0 & -2 \\ -4 & 2 & -6 \\ -6 & -4 & -4 \end{pmatrix} + \\ &+ \begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 6 & 0 & 3 \\ -6 & 3 & 9 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 11 & 6 & -11 \\ 2 & 2 & -3 \\ -12 & -1 & -5 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

2) Произведение  $AB$  имеет смысл, так как число столбцов матрицы  $A$  равно числу строк матрицы  $B$ . Находим матрицу  $C = AB$ :

$$\begin{aligned} C = A \cdot B &= \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} -4 \cdot 1 + 0 \cdot 2 + 1 \cdot (-2) & -4 \cdot 2 + 0 \cdot 0 + 1 \cdot 1 & -4 \cdot (-3) + 0 \cdot 1 + 1 \cdot 3 \\ 2 \cdot 1 + (-1) \cdot 2 + 3 \cdot (-2) & 2 \cdot 2 + (-1) \cdot 0 + 3 \cdot 1 & 2 \cdot (-3) + (-1) \cdot 1 + 3 \cdot 3 \\ 3 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + 2 \cdot (-1) & 3 \cdot 2 + 2 \cdot 0 + 2 \cdot 1 & 3 \cdot (-3) + 2 \cdot 1 + 2 \cdot 3 \end{pmatrix} = \\ &= \begin{pmatrix} -6 & -7 & 15 \\ -6 & 7 & 2 \\ 3 & 8 & -1 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

Вычислим произведение  $BA$

$$\begin{aligned} B \cdot A &= \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 2 & 0 & 1 \\ -2 & 1 & 3 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{pmatrix} = \\ &\begin{pmatrix} 1 \cdot (-4) + 2 \cdot 2 + (-3) \cdot 3 & 1 \cdot 0 + 2 \cdot (-1) + (-3) \cdot 2 & 1 \cdot 1 + 2 \cdot 3 + (-3) \cdot 2 \\ 2 \cdot (-4) + 0 \cdot 2 + 1 \cdot 3 & 2 \cdot 0 + 0 \cdot (-1) + 1 \cdot 2 & 2 \cdot 1 + 0 \cdot 3 + 1 \cdot 2 \\ (-2) \cdot (-4) + 1 \cdot 2 + 3 \cdot 3 & -2 \cdot 0 + 1 \cdot (-1) + 3 \cdot 2 & (-2) \cdot 1 + 1 \cdot 3 + 3 \cdot 2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -9 & -8 & 1 \\ -5 & 2 & 4 \\ 19 & 5 & 7 \end{pmatrix}. \end{aligned}$$

3. Находим определитель матрицы A:

$$\det A = \begin{vmatrix} -4 & 0 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 3 & 2 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} + 1 \cdot \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -4 \cdot (-8) + 7 = 39$$

. Так как  $\det A \neq 0$ , то

существует обратная матрица  $A^{-1}$ .

Вычислим алгебраические дополнения  $A_{ij}^*$  всех элементов матрицы A:

$$A_{11} = (-1)^{1+1} \begin{vmatrix} -1 & 3 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = -8 \quad ; \quad A_{12} = (-1)^{1+2} \begin{vmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 5 \quad ; \quad A_{13} = (-1)^{1+3} \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 7 \quad ;$$

$$A_{21} = (-1)^{2+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 2 \end{vmatrix} = 2 \quad ; \quad A_{22} = (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -11 \quad ; \quad A_{23} = (-1)^{2+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = 8 \quad ;$$

$$A_{31} = (-1)^{3+1} \begin{vmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 3 \end{vmatrix} = 1 \quad ; \quad A_{32} = (-1)^{3+2} \begin{vmatrix} -4 & 1 \\ 2 & 3 \end{vmatrix} = 14 \quad ; \quad A_{33} = (-1)^{3+3} \begin{vmatrix} -4 & 0 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = 4 \quad .$$

Используя формулу (9) составляем обратную матрицу

$$A^{-1} = \frac{1}{39} \begin{pmatrix} -8 & 2 & 1 \\ 5 & -11 & 14 \\ 7 & 8 & 4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{8}{39} & \frac{2}{39} & \frac{1}{39} \\ \frac{5}{39} & -\frac{11}{39} & \frac{14}{39} \\ \frac{7}{39} & \frac{8}{39} & \frac{4}{39} \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Определить ранг матрицы

*Решение.* Для того чтобы найти ранг матрицы, необходимо с помощью элементарных преобразований привести ее к треугольному виду и найти ранг полученной матрицы.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 3 & 7 & 11 & 15 \\ 3 & -3 & -3 & 6 \\ 6 & 3 & 6 & 6 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} a_{2j} \rightarrow -3 \cdot a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -3 \cdot a_{1j} + a_{3j} \\ a_{4j} \rightarrow -6 \cdot a_{1j} + a_{4j} \end{array}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \\ 0 & -9 & -12 & -18 \end{pmatrix} \xrightarrow{\begin{array}{l} a_{4j} \rightarrow -a_{3j} + a_{4j} \\ a_{3j} \rightarrow 9 \cdot a_{2j} + a_{3j} \end{array}} \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \\ 0 & 0 & 6 & 9 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Ранг треугольной матрицы равен числу ненулевых строк матрицы, следовательно,  $\text{rang } A=3$ .

$$\begin{cases} x + 3y - z = 4 \\ 2x - y - 5z = -15 \\ 5x + y + 4z = 19 \end{cases}$$

4. Решить систему двумя способами: 1) с помощью обратной матрицы; 2) по формулам Крамера.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 4 \\ -15 \\ 19 \end{pmatrix}, \quad X = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}. \quad \text{Вычис-}$$

*Решение.* 1) Введем обозначения  
лим определитель системы

$$\det A = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} 7 & 0 & -16 \\ 2 & -1 & -5 \\ 7 & 0 & -1 \end{vmatrix} = (-1) \cdot (-1)^{2+2} \begin{vmatrix} 7 & -16 \\ 7 & -1 \end{vmatrix} = -7 \begin{vmatrix} 1 & -16 \\ 1 & -1 \end{vmatrix} =$$

$$= -7 \cdot 15 = -105$$

$\det A \neq 0 \Rightarrow A^{-1}$  существует. Найдем элементы обратной матрицы  $A^{-1}$ :

$$A_{11} = \begin{vmatrix} -1 & -5 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = 1, \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 2 & -5 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -33, \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 7, \quad A_{21} = -\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 1 & 4 \end{vmatrix} = -13,$$

$$A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 9, \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 5 & 1 \end{vmatrix} = 14, \quad A_{31} = \begin{vmatrix} 3 & -1 \\ -1 & -5 \end{vmatrix} = -16, \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & -5 \end{vmatrix} = 3,$$

$$A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 3 \\ 2 & -1 \end{vmatrix} = -7.$$

$$A^{-1} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 & -13 & -16 \\ -33 & 9 & 3 \\ 7 & 14 & -7 \end{pmatrix}.$$

Согласно формуле (9) имеем:

Тогда решение системы запишется в виде (12):

$$X = A^{-1}B = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} 1 \cdot 4 - 13(-15) - 16 \cdot 19 \\ -33 \cdot 4 + 9(-15) + 3 \cdot 19 \\ 7 \cdot 4 + 14(-15) - 7 \cdot 19 \end{pmatrix} = -\frac{1}{105} \begin{pmatrix} -105 \\ -210 \\ -315 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}.$$

Таким образом,  $x = 1, y = 2, z = 3$ .

$$D = \begin{vmatrix} 1 & 3 & -1 \\ 2 & -1 & -5 \\ 5 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105 \neq 0,$$

2) Вычислим определитель

следовательно, система

имеет единственное решение, которое можно найти по формулам Крамера (13). Вычислим вспомогательные определители:

$$D_1 = \begin{vmatrix} 4 & 3 & -1 \\ -15 & -1 & -5 \\ 19 & 1 & 4 \end{vmatrix} = -105, \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 4 & -1 \\ 2 & -15 & -5 \\ 5 & 19 & 4 \end{vmatrix} = -210,$$

$$D_3 = \begin{vmatrix} 1 & 3 & 4 \\ 2 & -1 & -15 \\ 5 & 1 & 19 \end{vmatrix} = -315.$$

$$x = \frac{-105}{-105} = 1, \quad y = \frac{-210}{-105} = 2, \quad z = \frac{-315}{-105} = 3.$$

Отсюда

5. Решить системы линейных уравнений методом Гаусса, выяснив предварительно вопрос о ее совместности с помощью теоремы Кронекера-Капелли. В случае неопределенности системы найти ее общее, базисное и любое частное решение.

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 - x_4 + x_5 = 1 \\ 3x_1 - x_2 + x_3 + 4x_4 + 3x_5 = 4 \\ x_1 + 5x_2 - 9x_3 - 8x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

Преобразуем расширенную матрицу системы при помощи элементарных преобразований к ступенчатому виду:

$$\left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 3 & -1 & 1 & 4 & 3 & 4 \\ 1 & 5 & -9 & -8 & 1 & 0 \end{array} \right) \xrightarrow{\begin{array}{l} a_{2j} \rightarrow -3a_{1j} + a_{2j} \\ a_{3j} \rightarrow -a_{1j} + a_{3j} \end{array}} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 4 & -7 & -7 & 0 & -1 \end{array} \right) =$$

$$\xrightarrow{a_{3j} \rightarrow a_{2j} + a_{3j}} \left( \begin{array}{ccccc|c} 1 & 1 & -2 & -1 & 1 & 1 \\ 0 & -4 & 7 & 7 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{array} \right).$$

$\text{rang } A = \text{rang } A^* = r=2$  и, согласно теореме Кронекера-Капелли, система совместна, при этом число неизвестных  $n=5$ ,  $r=2 \Rightarrow$  система имеет бесконечное множество ненулевых решений.

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -4 \end{vmatrix} \neq 0$$

Выберем базисными переменными  $x_1, x_2$ , так как базисный минор оставшиеся переменные  $x_3, x_4, x_5$  объявляем свободными и переносим в правые части уравнений. Исходная система свелась к эквивалентной системе

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 1 + 2x_3 + x_4 - x_5 \\ -4x_2 = 1 - 7x_3 - 7x_4 \end{cases},$$

которая соответствует преобразованной расширенной матрице.

Выражая базисные переменные через свободные, получим общее решение

$$\begin{cases} x_1 = \frac{5}{4} + \frac{1}{4}x_3 - \frac{3}{4}x_4 - x_5 \\ x_2 = -\frac{1}{4} + \frac{7}{4}x_3 + \frac{7}{4}x_4 \end{cases}.$$

При  $x_3=x_4=x_5=0$  имеем  $x_1 = \frac{5}{4}$ ,  $x_2 = -\frac{1}{4}$ , таким образом  $(\frac{5}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 0) -$

базисное решение. В качестве одного из частных решений можно взять  $(\frac{1}{4}, -\frac{1}{4}, 0, 0, 1)$ .

**Критерии и шкала оценки ИДЗ:**

- оценка «зачтено» выставляется обучающимся, если они владеют материалом, ориентируются в алгоритмах, знают основные математические преобразования, умеют выбрать наиболее рациональный алгоритм, грамотно и аргументировано обосновывают полученные результаты;

- оценка «не зачтено» выставляется обучающимся, не владеющим основополагающими знаниями по поставленному вопросу, если они не могут выполнить основные математические преобразования, допускают ошибки в математических действиях и не исправляют своих ошибок после наводящих вопросов.

#### *Тематика докладов по дисциплине*

- 1) Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений и их реализация в Excel.
- 2) Линейные модели в экономике.
- 3) Применение матриц в экономике.
- 4) Собственные числа и собственные векторы линейного оператора
- 5) Метод Жордана – Гаусса решения систем линейных уравнений
- 6) Градиентный метод поиска экстремумов.
- 7) Многофакторные производственные функции.
- 8) Задача распределения средств между предприятиями.
- 9) Байесовский подход к принятию решений.
- 10) Законы распределения производственных погрешностей.
- 11) Статистические методы анализа финансового рынка.

#### *Критерии и шкала оценивания докладов:*

- оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся подготовил доклад по выбранной теме, отражающей основные положения рассматриваемого вопроса и выступил на практическом занятии;

- оценка «не зачтено» выставляется, если не подготовлен доклад по выбранной теме или в нем не раскрыто основное содержание материала.

#### *Варианты кейс-задач*

**Кейс-задача 1.** При производстве некоторого изделия вероятность брака равна 0,2.

(I) Составить закон распределения случайной величины  $X$  – числа бракованных изделий, если изготовлено три изделия.

(II) Пусть при производстве бракованного изделия предприятие терпит убытки в размере тыс. руб.,  $a=20$  при производстве небракованного изделия получает прибыль в размере  $b=10$  тыс. руб. Тогда математическое ожидание прибыли предприятия равно \_\_\_\_ тыс. руб.

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если значения убытка  $a$  и прибыли  $b$  равны ...

1)  $a = 40, b = 10$     2)  $a = 20, b = 5$

3)  $a = 10, b = 40$     4)  $a = 5, b = 20$

**(выберите два и более вариантов ответа)**

**Кейс-задача 2.** Во время весеннего паводка изменение объема поступающей в озеро

воды в течение суток можно описать уравнением  $\frac{dS}{dt} = 10 + 4t$ , где  $S(t)$  – объем поступившей в озеро воды ( $\text{м}^3$ ) за время  $t$  (в часах),  $0 \leq t \leq 24$ .

Для того чтобы уровень воды в озере не превысил предельный уровень, оборудован сток воды из озера с постоянной скоростью  $58 \text{ м}^3/\text{ч}$ . В момент времени  $t=0$  объем воды в озере составил  $30000 \text{ м}^3$ .

(I) Составить математическую модель для нахождения объем воды в озере в момент времени  $t$ .

(II) Если в момент времени  $t=18$  сток воды из озера был перекрыт и до конца суток вода из озера не вытекала, то объем воды в озере в конце дня ( $t=24$ ) будет равен \_\_\_\_  $\text{м}^3$

### *Методика выполнения кейс-задачи 1*

(I) Составим закон распределения случайной величины  $X$ , используя теорему умножения для независимых событий:

$$P_3(0) = P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) = 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,8 = 0,512$$

$$P_3(1) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,8 \cdot 0,2 = 0,384$$

$$P_3(2) = 3 \cdot P(\bar{A}) \cdot P(A) \cdot P(A) = 3 \cdot 0,8 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,096$$

$$P_3(3) = P(A) \cdot P(A) \cdot P(A) = 0,2 \cdot 0,2 \cdot 0,2 = 0,008$$

X	0	1	2	3
p	0,512	0,384	0,096	0,008

(I) Составим закон распределения случайной величины  $X$  (прибыль)

X	3b	2b-a	b-2a	-3a
p	0,512	0,384	0,096	0,008

При  $a = 20$ ,  $b = 10$  получаем:

X	30	0	-30	60
p	0,512	0,384	0,096	0,008

Математическое ожидание прибыли составит:

$$30 \cdot 0,512 - 30 \cdot 0,096 + 60 \cdot 0,008 = 12 \quad (\text{тыс.руб}).$$

(III) Ожидаемая прибыль предприятия будет нулевой, если  
 $3b \cdot 0,512 + (2b - a) \cdot 0,384 + (b - 2a) \cdot 0,096 + (-3a) \cdot 0,008 = 0,$   
 $2,4b = 0,6a \Rightarrow a = 4b.$

### *Критерии и шкала оценки кейс-задачи:*

- оценка «зачтено» выставляется студенту, если при решении задачи составлен правильный закон распределения случайной величины  $X$ , проведены верные расчеты числовых характеристик случайной величины  $X$ ;
- оценка «не зачтено» выставляется студенту, если неверно составлен закон распределения случайной величины  $X$  или проведены неверные расчеты числовых характеристик случайной величины  $X$  с использованием правильно составленного закона распределения случайной величины  $X$ .

### *Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации*

Экзамен проводится по экзаменационным билетам, содержащим 2 вопроса и практическое задание, необходимое для контроля умения и владения.

### *Пример билета*

МИНИСТЕРСТВО СЕЛЬСКОГО ХОЗЯЙСТВА РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
 федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
 высшего образования  
 «Самарский государственный аграрный университет»  
 Направление подготовки: 38.03.01 Экономика

Профиль: «Бухгалтерский учет, анализ и аудит»  
Кафедра «Физика, математика и информационные технологии»  
Дисциплина: «Высшая математика»

Экзаменационный билет № 1

- 1) Ранг матрицы и его вычисление.
- 2) Расстояние от точки до плоскости.

3) Вычислить предел функции  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos x}{x}$ .

Составитель

Заведующий кафедрой

« » 20 г.

С.В. Плотникова  
Д.В. Миронов

*Перечень вопросов к экзамену*

- 1) Понятие матрицы. Виды матриц.
- 2) Определители квадратных матриц и их свойства.
- 3) Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа.
- 4) Операции над матрицами.
- 5) Элементарные преобразования матриц. Обратная матрица.
- 6) Ранг матрицы и его вычисление.
- 7) Матричный способ решения СЛАУ.
- 8) Формулы Крамера. Критерий Кронекера-Капелли совместности СЛАУ.
- 9) Схема решения СЛАУ методом Гаусса.
- 10) Понятие вектора. Виды векторов. Длина вектора. Направляющие косинусы вектора.
- 11) Линейная зависимость и независимость векторов.
- 12) Базис. Разложение вектора по базису.
- 13) Скалярное, векторное и смешанное произведение векторов, их свойства.
- 14) Различные формы задания прямой на плоскости.
- 15) Взаимное расположение прямых.
- 16) Расстояние от точки до прямой.
- 17) Комплексные числа, их изображение на плоскости. Модуль и аргумент комплексного числа. Различные формы записи комплексного числа.
- 18) Алгебраические действия с комплексными числами.
- 19) Канонические уравнения кривых второго порядка: эллипса, гиперболы, параболы и их характеристики.
- 20) Плоскость и ее уравнения: уравнение связки плоскостей; общее уравнение плоскости и его частные случаи; уравнение плоскости, проходящей через три данные точки; уравнение плоскости в отрезках; нормальное уравнение плоскости.
- 21) Расстояние от точки до плоскости. Взаимное расположение плоскостей.
- 22) Прямая в пространстве и ее уравнения: общие уравнения прямой; векторное уравнение прямой; параметрические и канонические уравнения прямой; уравнение прямой, проходящей через две точки.
- 23) Изменение формы уравнений прямой. Взаимное расположение прямых и плоскостей.
- 24) Предел функций, основные свойства пределов.
- 25) Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
- 26) Непрерывность функции в точке и на интервале.
- 27) Определение производной функции, ее геометрический смысл.
- 28) Основные правила дифференцирования.
- 29) Производная сложной и параметрически заданных функций.
- 30) Дифференциал функции.
- 31) Производные и дифференциалы высших порядков.

- 32) Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
- 33) Теорема Лопитала.
- 34) Экстремум функции. Выпуклость и вогнутость графика функции, точки перегиба. Асимптоты графика.
- 35) Определение функции многих переменных (ФМП). Область определения ФМП. Частные приращения и частные производные ФМП.
- 36) Полный дифференциал. Дифференцирование сложной и неявной функций.
- 37) Скалярное поле. Поверхности и линии уровня.
- 38) Производная по направлению. Градиент.
- 39) Экстремум функции двух переменных. Необходимое и достаточное условие существования экстремума
- 40) Наименьшее и наибольшее значения ФМП на замкнутом множестве.
- 41) Первообразная функции. Неопределённый интеграл и его свойства.
- 42) Таблица основных интегралов. Интегрирование заменой переменной.
- 43) Интегрирование по частям.
- 44) Интеграл от функций, содержащих квадратный трехчлен.
- 45) Интегрирование рациональных дробей.
- 46) Интегрирование тригонометрических функций.
- 47) Интегрирование некоторых иррациональных функций.
- 48) Определенный интеграл - определение и свойства.
- 49) Связь между определенным интегралом и первообразной функцией. Формула Ньютона-Лейбница.
- 50) Геометрические приложения определенного интеграла.
- 51) Несобственные первого и второго рода
- 52) Криволинейные интегралы, их вычисление и условие независимости от линии интегрирования.
- 53) Числовые ряды - определение, действия над ними.
- 54) Понятие сходимости, свойства сходящихся рядов. Необходимое условие сходимости.
- 55) Ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости Даламбера, Коши, сравнения рядов.
- 56) Знакопеременные ряды. Достаточный признак сходимости знакочередующихся рядов (признак Лейбница).
- 57) Абсолютная и условная сходимость знакопеременных рядов. Свойства абсолютно сходящихся рядов. Оценка остаточного члена ряда
- 58) Функциональные ряды. Сходимость функциональных рядов.
- 59) Степенные ряды. Теорема Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда.
- 60) Действия со степенными рядами.
- 61) Разложение функций в степенные ряды. Разложение некоторых элементарных функций в ряд Маклорена. Оценка остаточного члена.
- 62) Элементы комбинаторики: перестановки, размещения, сочетания.
- 63) Виды случайных событий. Классическое определение вероятности. Теорема сложения вероятностей. Зависимые и независимые события.
- 64) Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей.
- 65) Формула полной вероятности. Формула Байеса.
- 66) Повторные независимые испытания. Формула Бернулли. Свойства биномиального распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступлений событий.
- 67) Локальная теорема Лапласа. Интегральная теорема Лапласа. Асимптотическая формула Пуассона.
- 68) Случайные величины и законы их распределения. Дискретные и непрерывные случайные величины. Способы задания дискретной и непрерывной случайных величин и их свойства.
- 69) Числовые характеристики случайных величин и их свойства.
- 70) Вероятность попадания случайной величины в интервал.
- 71) Нормальное распределение и его числовые характеристики

- 72) Показательный, нормальный законы распределения непрерывной случайной величины.  
 73) Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность.  
 74) Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.  
 75) Статистические оценки. Точечные оценки.  
 76) Интервальная оценка. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.  
 77) Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей.  
 78) Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей  
 79) Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона.  
 80) Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа.  
 81) Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.

### **8.3 Критерии оценивания уровня сформированности компетенций**

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных компетенций проводится по 4-х балльной шкале оценивания путем выборочного контроля во время экзамена.

Шкала оценивания экзамена

Результат экзамена	Уровень освоения компетенций	Критерии
«отлично»	высокий уровень	Обучающийся глубоко и прочно усвоил программный материал, исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно его излагает, тесно увязывает теорию с практикой. При этом обучающийся не затрудняется с ответом при видоизменении задания, правильно обосновывает принятые решения, владеет разносторонними навыками и приемами выполнения практических работ.
«хорошо»	повышенный уровень	Обучающийся твердо знает программный материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на вопрос. Он должен правильно применять теоретические положения при решении практических вопросов, владеть необходимыми навыками и приемами их выполнения.
«удовлетворительно»	пороговый уровень	Обучающийся имеет знания только по основному материалу, но не усвоил его детально, допускает неточности, недостаточно правильные формулировки, нарушения последовательности в изложении материала и испытывает затруднения в выполнении практических работ.
«неудовлетворительно»	минимальный уровень не достигнут	Обучающийся не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно с большими затруднениями выполняет практические работы или отказывается от ответа.

### **8.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Оценка знаний, умений, навыков, характеризующая этапы формирования компетенций по дисциплине проводится в форме текущей и промежуточной аттестации.

Контроль текущей успеваемости обучающихся – текущая аттестация – проводится в ходе семестра с целью определения уровня усвоения обучающимися знаний; формирования у них умений и навыков; своевременного выявления преподавателем недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по ее корректировке; совершенствованию методики обучения; организации учебной работы и оказания обучающимся индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся:

- на занятиях (решение задач, доклад);
- по результатам выполнения индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов;
- по результатам отчета обучающихся в ходе индивидуальной консультации преподавателя, проводимой в часы самоподготовки, по имеющимся задолженностям.

Контроль за выполнением обучающимися каждого вида работ может осуществляться поэтапно и служит основанием для предварительной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится с целью выявления соответствия уровня теоретических знаний, практических умений и навыков по дисциплине требованиям ФГОС по направлению подготовки в форме экзамена.

Экзамен проводится после завершения изучения дисциплины в объеме рабочей учебной программы. Форма проведения экзамена определяется кафедрой (устный – по билетам). Оценка по результатам экзамена: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях, во время выполнения индивидуальных домашних заданий.

Каждая форма контроля по дисциплине включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень освоения обучающимися знаний и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков.

Процедура оценивания компетенций, обучающихся основана на следующих стандартах:

1. Периодичность проведения оценки (на каждом занятии).
2. Многоступенчатость: оценка (как преподавателем, так и обучающимися группы) и самооценка обучающегося, обсуждение результатов и комплекса мер по устранению недостатков.
3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.
4. Соблюдение последовательности проведения оценки: предусмотрено, что развитие компетенций идет по возрастанию их уровней сложности, а оценочные средства на каждом этапе учитывают это возрастание.

Краткая характеристика процедуры реализации текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице:

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1	Доклад	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой краткое изложение полученных результатов теоретического анализа определенной научной (учебно-исследовательской) темы, где автор раскрывает суть исследуемой проблемы, приводит различные точки зрения, а также собственные взгляды на	Темы докладов

		<p>нее.</p> <p>Доклад – публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-исследовательской или научной темы.</p> <p>Тематика докладов выдается на занятии, выбор темы осуществляется самостоятельно. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Результаты озвучиваются на практических занятиях, регламент – 7 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие обучающиеся.</p>	
2	Индивидуальное домашнее задание	Индивидуальное домашнее задание – вид учебного задания, направленного на закрепление теоретических знаний по основным разделам дисциплины, приобретение навыков самостоятельного расчета математических величин, в том числе при решении практикоориентированных задач.	Комплект индивидуальных домашних заданий
3	Кейс-задача	Кейс-задача – модель конкретной реальной ситуации, направленная на формирование комплекса знаний и умений обучающегося по формулированию проблемы (описанию исходной ситуации), выработке возможных вариантов ее решения в соответствии с установленными критериями.	Кейс-задачи
4	Экзамен	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практикоориентированными заданиями.	Комплект вопросов к экзамену .

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Рабочую программу разработал:  
доцент кафедры «Физика, математика и информационные технологии»,  
канд. пед. наук, доцент С.В. Плотникова Плот

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Физика, математика и информационные технологии»  
«12» мая 2023 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой  
канд. физ.-мат. наук, доцент Д.В. Миронов



СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии  
экономического факультета  
канд. экон. наук, доцент Ю.Н. Кудряшова



Руководитель ОПОП ВО  
канд. экон. наук, доцент Т.Г. Лазарева Лазур

И.о. начальника УМУ М.В. Борисова Борис