

Министерство сельского хозяйства Российской Федерации
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Самарский государственный аграрный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной,
воспитательной работе и
молодежной политике

Ю.З. Кирова



Ю.З. Кирова

« 19 » мая 2024 г.

РАБОЧАЯ ПРОГРАММА ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА

Направление подготовки: 35.03.04 Агронимия

Профиль: Селекция и семеноводство

Название кафедры: Физика, математика и информационные технологии

Квалификация (степень): бакалавр

Форма обучения: очная

Кинель 2024

1. ЦЕЛЬ И ЗАДАЧИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ

Целью освоения дисциплины «Математическая статистика» является формирование у обучающихся комплекса компетенций, соответствующих их направлению подготовки, и необходимых для эффективного решения будущих профессиональных задач.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи:

- изучение основных понятий математической статистики, необходимых для решения типовых задач в области агрономии;
- освоение методов математической статистики, востребованных при решении стандартных задач в агрономии.

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ В СТРУКТУРЕ ОПОП ВО

Дисциплина Б1.О.16 «Математическая статистика» относится к обязательной части дисциплин Блока 1 «Дисциплины» учебного плана.

Дисциплина изучается в 3 семестре на 2 курсе в очной форме обучения/

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ / ОЖИДАЕМЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ОБУЧЕНИЯ ПО ЗАВЕРШЕНИИ ОСВОЕНИЯ ПРОГРАММЫ ДИСЦИПЛИНЫ

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций (в соответствии с ФГОС ВО и требованиями к результатам освоения ОПОП):

Карта формирования компетенций по дисциплине

Код и наименование компетенции	Код и наименование индикатора достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине
ОПК-1 Способен решать типовые задачи профессиональной деятельности на основе знаний основных законов математических и естественных наук с применением информационно-коммуникационных технологий	ИД-1 Демонстрирует знание основных законов математических, естественнонаучных и общепрофессиональных дисциплин, необходимых для решения типовых задач в области агрономии	Знает основные понятия и методы математической статистики, необходимые для решения типовых задач профессиональной деятельности Умеет применять методы математической статистики для решения типовых задач профессиональной деятельности Владеет терминологией, методами обработки и анализа статистических данных для решения типовых задач профессиональной деятельности
	ИД-2 Использует знания основных законов математических и естественных наук для решения стандартных задач в агрономии	Знает основные понятия и методы математической статистики, необходимые для решения типовых задач профессиональной деятельности Умеет применять методы математической статистики для решения типовых задач профессиональной деятельности Владеет терминологией, методами обработки и анализа статистических данных для решения типовых

		задач профессиональной деятельности
--	--	-------------------------------------

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

4.1 Объем дисциплины и виды учебной работы

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

Вид учебной работы		Трудоемкость дисциплины		Семестры (кол-во недель в семестре)
		Всего часов	Объем контактной работы	3 (18)
Аудиторная контактная работа (всего)		36	36	36
в том числе:	Лекции	18	18	18
	Практические занятия	18	18	18
Самостоятельная работа студента (СРС) (всего), в том числе:		72	-	72
СРС в семестре:	Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	20	-	20
	Подготовка к практическим занятиям	20	-	20
	Выполнение индивидуальных домашних заданий	20	-	20
	Научный доклад на конференции	12	-	12
Вид промежуточной аттестации (зачет, экзамен)		зачет	0,25	зачет
Общая трудоемкость, час.		108	36,25	108
Общая трудоемкость, зачетные единицы		3	1,01	3

4.2 Тематический план лекционных занятий

№ п./п.	Тема лекционных занятий	Трудоемкость, ч.
1.	Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.	2
2.	Статистические оценки. Точечные и интервальные оценки. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.	2
3.	Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Общая схема проверки гипотез. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей	2
4.	Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона. Критерий Колмогорова.	2
5.	Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционного анализа. Коэффициент корреляции. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.	2

6.	Регрессионный анализ. Основные положения регрессионного анализа. Выбор вида уравнения регрессии. Парная регрессионная модель. Проверка значимости и интервальная оценивание уравнения и коэффициентов регрессии.	2
7.	Нелинейная регрессия. Корреляционные отношения и индекс корреляции.	2
8.	Однофакторный дисперсионный анализ	2
9.	Двухфакторный дисперсионный анализ	2
Итого:		18

4.3 Тематический план практических занятий

№ п./п.	Темы практических занятий	Трудоемкость, ч.
1.	Генеральная и выборочная совокупность. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.	2
2.	Числовые характеристики статистических распределений.	2
3.	Интервальные оценки. Доверительный интервал. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратического отклонения нормального распределения	2
4.	Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерий согласия Пирсона.	2
5.	Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.	2
6.	Регрессионный анализ. Выбор вида уравнения регрессии. Парная регрессионная модель. Проверка значимости и интервальная оценивание уравнения и коэффициентов регрессии.	2
7.	Нелинейная регрессия. Корреляционные отношения и индекс корреляции.	2
8.	Однофакторный дисперсионный анализ	2
9.	Двухфакторный дисперсионный анализ	2
Итого:		18

4.4 Тематический план лабораторных работ

Лабораторные занятия учебным планом не предусмотрены.

4.5 Самостоятельная работа студентов

Вид самостоятельной работы	Название (содержание работы)	Объем акад. часы
Изучение вопросов, выносимых на самостоятельное изучение	Самостоятельное изучение основной и дополнительной литературы, поиск информации по дисциплине в информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»	20
Подготовка к практическим занятиям	Изучение лекционного материала; работа с основной, дополнительной литературой и ресурсами информационно-	20

	телекоммуникационной сети «Интернет»	
Выполнение индивидуальных домашних заданий	Решение задач из индивидуальных домашних заданий	20
Выполнение научной работы и участие в научных и научно-практических конференциях	Выбор темы исследования, сбор и анализ данных по теме, оформление доклада на научно-практическую конференцию, содержащего основные результаты проведенного исследования	12
ИТОГО		72

5 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ИЗУЧЕНИЮ ДИСЦИПЛИНЫ

Изучение дисциплины необходимо начать с ознакомления с рабочей программой. Особое внимание следует обратить на вопросы, выносимые для самостоятельного изучения. В тезисах лекций представлен теоретический материал по дисциплине согласно рабочему плану, в конце приведены вопросы для контроля знаний.

Изучая дисциплину необходимо равномерно распределять время на проработку лекций, самостоятельную работу по выполнению практических работ, самостоятельную работу по подготовке к практическим занятиям. Вопросы теоретического курса, вынесенные на самостоятельное изучение, наиболее целесообразно осваивать сразу после прочитанной лекции, составляя конспект по вопросу в тетради с лекционным материалом.

Перед лекцией необходимо просмотреть конспект предыдущей лекции, разобрать и законспектировать теоретические вопросы, вынесенные на самостоятельное изучение. При затруднениях в восприятии материала следует обратиться к дополнительным литературным источникам, лектору или к преподавателю на практических занятиях. При подготовке к практическим занятиям по лекциям и рекомендованным литературным источникам проработать теоретический материал, соответствующий теме занятия. В начале занятия задать преподавателю вопросы по материалу, вызвавшему затруднения в его понимании и освоении при решении задач, предназначенных для самостоятельного решения. На занятии доводить каждую задачу до окончательного решения, в случае затруднений обращаться к преподавателю. Студентам, пропустившим занятия, рекомендуется явиться на консультацию к преподавателю и отчитаться по теме пропущенного занятия. Домашние задания должны выполняться самостоятельно, предоставляться в установленный срок и соответствовать установленным требованиям по оформлению.

При работе с литературой следует обратить внимание на источники основной и дополнительной литературы, приведенные в рабочей программе. Для большего представления о дисциплине возможно ознакомление с периодическими изданиями последних лет, Интернет-источниками.

При подготовке к экзамену изучить конспекты лекций, практических работ и рекомендуемую литературу, фиксируя неясные моменты для их обсуждения на плановой консультации.

6 ОСНОВНАЯ, ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ЛИТЕРАТУРА, ПРОГРАММНОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ И РЕСУРСЫ ИНФОРМАЦИОННО-ТЕЛЕКОММУНИКАЦИОННОЙ СЕТИ «ИНТЕРНЕТ»

6.1 Основная литература:

6.1.1 Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика : учебное пособие для вузов / Б. Н. Иванов. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2024. — 224 с. — [Электронный ресурс] Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/393053>

6.1.2. Кацко, И. А. Теория вероятностей и математическая статистика / И. А. Кацко, П. С. Бондаренко, Г. В. Горелова. — 3-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 436 с. — [Электронный ресурс] Режим доступа : <https://e.lanbook.com/book/302663>

6.2 Дополнительная литература:

6.2.1 Беришвили, О.Н. Математика. Математическая статистика: методические указания для практических занятий. Ч. I / С.В. Плотникова, О.Н. Беришвили. — Самара : РИЦ СГСХА, 2015. — 79 с. [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://rucont.ru/efd/349940>

6.2.2. Математика. Математическая статистика : методические указания для выполнения расчетно-графической работы. Ч. II / Беришвили О.Н., Плотникова С.В. — Самара : РИЦ СГСХА. — 57 с. [Электронный ресурс] — Режим доступа: <https://lib.rucont.ru/efd/561958>

6.2.3. Бунтова, Е.В. Статистическая обработка результатов измерений [Текст]: учебное пособие/Е.В.Бунтова.- Кинель: РИЦ СГСХА, 2011.- 87 с.

6.3 Программное обеспечение:

6.3.1 Microsoft Windows 7 Профессиональная 6.1.7601 Service Pack 1;

6.3.2 Microsoft Windows SL 8.1 RU AE OLP NL;

6.3.3 Microsoft Office Standard 2010;

6.3.4 Microsoft Office стандартный 2013;

6.3.5 Kaspersky Endpoint Security для бизнеса – стандартный Russian Edition;

6.3.6 WinRAR:3.x: Standard License – educational – EXT;

6.3.7 7 zip (свободный доступ).

Использование специального программного обеспечения не предусмотрено.

6.4. Перечень информационно-справочных систем и профессиональных баз данных:

6.4.1. Руконт [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://rucont.ru/catalog>.

6.4.2. Лань [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://e.lanbook.com/books/>

7 МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
1	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа 3218 <i>Самарская обл., г.Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д.8А</i>	Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью: стол преподавателя, стол аудиторный, лавки аудиторные. Микрофон конференционный - 1 шт. Микшер Mackie - 1 шт. Усилитель - 1 шт. Конденсаторный микрофон - 1 шт.

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
		Экран проекционный - 1 шт. Проектор ACER X1278H - 1 шт. Системный блок - 1 шт. Монитор Acer - 1 шт.
2	Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа 3119 <i>Самарская обл., г.Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д.8А</i>	Аудитория оборудована специализированной учебной мебелью: стол преподавателя, стол аудиторный, лавки аудиторные. Компьютер Intel Pentium в комплекте - 1 шт. Монитор Acer - 1 шт. Проектор ACER X1278H - 1 шт. Экран с электроприводом – 1 шт. Микшер Mackie - 1 шт. Усилитель мощности - 1 шт.
3	Учебная аудитория, 3311. Для проведения занятий лекционного типа, проведения практических работ, проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 40 посадочных мест, укомплектована специализированной мебелью Доска -1 Вешалка – 1 Стол-парта на 3 посадочных места – 13 Стол письменный (преподавательский) – 1 Стул мягкий - 2 Плакат – 4
4	Учебная аудитория, 3307. Для проведения занятий лекционного типа, проведения практических работ, проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 32 посадочных мест, укомплектована специализированной мебелью Доска -1 Вешалка – 1 Стол-парта – 16 Стол письменный (преподавательский) – 1 Скамья - 14 Стул мягкий - 6 Кафедра – 1 Подставка под плакаты – 1 Плакат – 4
5	Учебная аудитория, 3114. Для проведения занятий лекционного типа, проведения практических работ, проведения лабораторных работ, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Учебная аудитория на 32 посадочных мест, укомплектована специализированной мебелью Доска -1 Вешалка – 1 Стол-парта – 16 Стол письменный (преподавательский) – 1 Скамья - 14 Стул мягкий - 6 Кафедра – 1 Подставка под плакаты – 1 Плакат – 4
6	Помещение для самостоятельной работы студентов, ауд. 3310а (читальный зал) <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Помещение на 6 посадочных мест, укомплектованное специализированной мебелью

№ п./п.	Наименование специальных* помещений и помещений для самостоятельной работы	Оснащенность специальных помещений и помещений для самостоятельной работы
		(компьютерные столы, стулья) и оснащенное компьютерной техникой (6 рабочих станций), подключенной к сети «Интернет» и обеспечивающей доступ в электронную информационно-образовательную среду университета.
7	Помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования, ауд. 32036. <i>Самарская обл., г. Кинель, п.г.т. Усть-Кинельский, ул. Спортивная, д. 8А.</i>	Специальный инструмент и инвентарь для учебного оборудования: кисточки для очистки компьютеров и комплектующих, спирт, комплектующие и расходные материалы

8 ФОНД ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ТЕКУЩЕЙ И ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

8.1 Виды и формы контроля по дисциплине

Контроль уровня усвоенных знаний, усвоенных умений и приобретенных навыков (владений) осуществляется в рамках текущего и промежуточного контроля в соответствии с Положением о текущем контроле и промежуточной аттестации обучающихся.

Текущий контроль освоения компетенций по дисциплине проводится при изучении теоретического материала, выполнении заданий на практических занятиях, выполнении индивидуальных заданий. Текущему контролю подлежит посещаемость обучающимися аудиторных занятий и работа на занятиях.

Итоговой оценкой освоения компетенций является промежуточная аттестация в форме зачета, проводимая с учетом результатов текущего контроля.

8.2 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки результатов освоения образовательной программы в рамках учебной дисциплины

Оценочные средства для проведения текущей аттестации

Текущий контроль успеваемости студентов по дисциплине «Математическая статистика» включает выполнение индивидуального домашнего задания (ИДЗ), которое преследуют цель закрепления теоретических знаний и развития навыков самостоятельных, практических математических расчетов, в том числе при решении агрономических задач.

ИДЗ

Задана двумерная выборка XU . Для выборок X и U необходимо:

- 1) Составить интервальный ряд распределения;
- 2) Найти выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение;
- 3) Найти эмпирическую функцию распределения и построить ее график;
- 4) Построить гистограмму относительных частот;
- 5) Проверить гипотезу о нормальном распределении генеральной совокупности с помощью критерия Пирсона при уровне значимости 0,05;
- 6) Построить график теоретической плотности вероятности;
- 7) Найти доверительные интервалы для оценки неизвестного математического ожидания генеральной совокупности с надежностью 0,95;

8) Составить корреляционную таблицу и в предположении о линейной зависимости между X и Y найти выборочный коэффициент корреляции;

9) Проверить гипотезу о значимости выборочного коэффициента корреляции при уровне значимости 0,05;

10) Найти выборочные уравнения прямой линии регрессии Y на X и прямой линии регрессии X на Y и построить графики на корреляционном поле.

Пример решения ИДЗ

Определяем объем выборки: $n=100$. Производим расчет выборки X .

1. По значениям выборки X составляем вариационный ряд (табл.1).

Таблица 1.

x_i	41	43	44	45	47	48	49	51	52	53	54	55	56	57	59	60
n_i	1	1	1	1	1	5	4	5	2	4	2	4	5	4	3	5

x_i	61	62	64	65	66	67	68	69	70	71	72	73	74	75	76	82
n_i	10	3	5	7	3	3	4	5	2	1	1	1	3	1	2	1

Определяем минимальное и максимальное значения выборки X: $x_{\min} = 41$, $x_{\max} = 82$. Длину интервала находим по формуле

$$h = \frac{x_{\max} - x_{\min}}{1 + 3,332 \lg n} = \frac{82 - 41}{1 + 3,332 \lg 100} = 5,3497.$$

Округляем полученное значение до ближайшего целого числа. Принимаем длину интервала $h = 6$. За начало первого интервала рекомендуется принимать значение $x_{нач} = x_{\min} - \frac{h}{2}$. В данном случае $x_{нач} = 38$.

Составляем интервальный ряд распределения. Варианту, значение которой совпадает с нижней границей интервала, включаем в i -й интервал, а варианту, значение которой совпадает с верхней границей интервала, включаем в следующий $(i+1)$ -й интервал. Данные заносим в расчетную таблицу (табл. 2).

Таблица 2

Начало интервал a x_i	Конец интервал a x_{i+1}	Середина интервал a \tilde{x}_i	Частота интервал a n_i	Относительная частота w_i	Плотность частоты w_i/h	Накопленные частоты $w_i^{нак}$
38	44	41	2	0,02	0,0333	0,02
44	50	47	12	0,12	0,0200	0,14
50	56	53	17	0,17	0,0283	0,31
56	62	59	27	0,27	0,0450	0,58
62	68	65	21	0,21	0,0350	0,79
68	74	71	14	0,14	0,0233	0,93
74	80	77	6	0,06	0,0100	0,99
80	86	83	1	0,01	0,0017	1,00

Накопленные частоты для каждого интервала находятся последовательным суммированием относительных частот всех предшествующих интервалов, включая данный.

2. Находим выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение для выборки X.

$$\bar{x}_g = \frac{\sum \bar{x}_g \cdot n_i}{n} = \frac{41 \cdot 2 + 47 \cdot 12 + 53 \cdot 17 + 59 \cdot 27 + 65 \cdot 21 + 71 \cdot 14 + 77 \cdot 6 + 83 \cdot 1}{100} = 60,44.$$

$$D_g = \frac{\sum (\tilde{x}_i - \bar{x}_g)^2 \cdot n_i}{n} = \frac{(41 - 60,44)^2 \cdot 2 + (47 - 60,44)^2 \cdot 12 + (53 - 60,44)^2 \cdot 17 + (59 - 60,44)^2 \cdot 27 + (65 - 60,44)^2 \cdot 21 + (71 - 60,44)^2 \cdot 14 + (77 - 60,44)^2 \cdot 6 + (83 - 60,44)^2 \cdot 1}{100} = 80,7264.$$

$$\sigma_g = \sqrt{D_g} = \sqrt{80,7264} = 8,98.$$

3. Записываем эмпирическую функцию распределения по значениям столбца $w_i^{нак}$ (табл. 2).

$$F^*(x) = \begin{cases} 0 & x \leq 41 \\ 0,02 & 41 < x \leq 47 \\ 0,14 & 47 < x \leq 53 \\ 0,31 & 53 < x \leq 59 \\ 0,58 & 59 < x \leq 65 \\ 0,79 & 65 < x \leq 71 \\ 0,93 & 71 < x \leq 77 \\ 0,99 & 77 < x \leq 83 \\ 1 & x > 83 \end{cases}$$

Строим график эмпирической функции распределения.

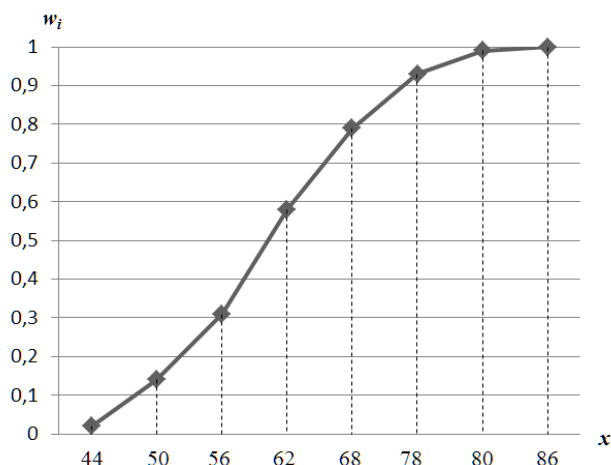


Рис. 1. График эмпирической функции распределения

4. По интервальному ряду распределения (значения столбца w_i/h в табл. 2) строим гистограмму относительных частот для выборки X.

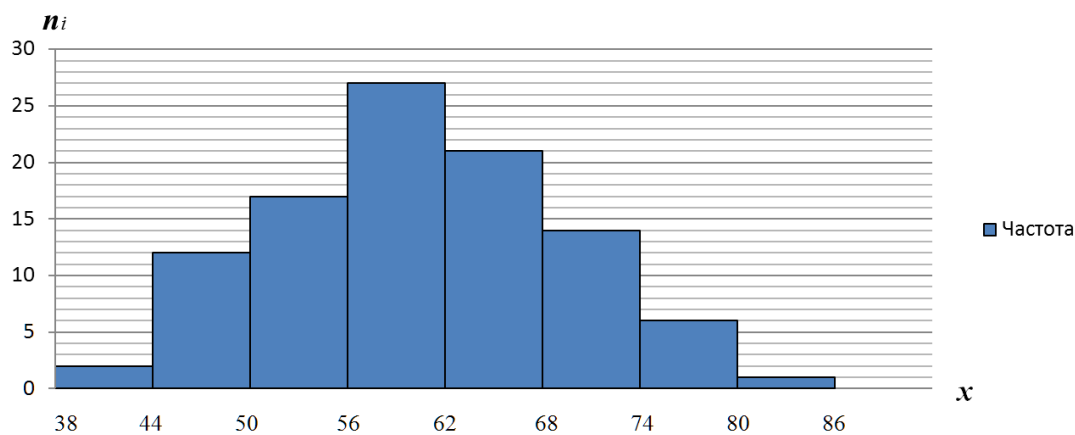


Рис. 2. Гистограмма относительных частот

5. Проверяем гипотезу о нормальном законе распределения случайной величины X . Теоретические частоты находятся по формуле

$$n_i^T = n[\Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)],$$

где $z_i = \frac{x_i - \bar{x}_e}{\sigma_e}$, $z_{i+1} = \frac{x_{i+1} - \bar{x}_e}{\sigma_e}$, $\Phi(z)$ – значения функции Лапласа (Приложение 1).

Составляем расчетную таблицу (табл. 3)

Таблица 3

x_i	x_{i+1}	z_i	z_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$	$n_i^T = n \cdot p_i$
38	44	$-\infty$	-1,83	-0,5	-0,4664	0,0336	3,36
44	50	-1,83	-1,16	-0,4664	-0,3770	0,0894	8,94
50	56	-1,16	-0,49	-0,3770	-0,1879	0,1891	18,91
56	62	-0,49	0,17	-0,1879	0,0675	0,2554	25,54
62	68	0,17	0,84	0,0675	0,2995	0,2320	23,20
68	74	0,84	1,51	0,2995	0,4345	0,1350	13,50
74	80	1,51	2,18	0,4345	0,4854	0,0509	5,09
80	86	2,18	$+\infty$	0,4854	0,5	0,0146	1,46
						$\sum p_i = 1$	$\sum n_i^T = 100$

Получаем таблицу для эмпирических и теоретических частот (табл. 4).

Таблица 4

n_i	2	12	17	27	21	14	6	1
n_i^T	3,36	8,94	18,91	25,54	23,20	13,50	5,09	1,46

Проверяем гипотезу о нормальном распределении выборки X с помощью критерия Пирсона.

Объединяем малочисленные эмпирические ($n_i < 5$) и соответствующие им теоретические частоты (табл.5).

Таблица 5

n_i	14	17	27	21	14	7
n_i^T	12,30	18,91	25,54	23,20	13,50	6,55

Вычисляем наблюдаемое значение критерия Пирсона

$$\chi^2_{набл} = \sum \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T} = \frac{(14 - 12,30)^2}{12,30} + \frac{(17 - 18,91)^2}{18,91} + \frac{(27 - 25,54)^2}{25,54} + \frac{(21 - 23,20)^2}{23,20} + \frac{(14 - 13,50)^2}{13,50} + \frac{(7 - 6,55)^2}{6,55} = 0,71.$$

По таблице критических точек распределения χ^2 по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = s - 3$ (s – число интервалов, оставшихся после объединения малочисленных частот) находим критическую точку правосторонней критической области (Приложение 3)

$$\chi^2_{кр}(0,05; 3) = 7,8.$$

Так как $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$, то гипотезу о нормальном распределении исследуемой случайной величины принимаем.

6. Теоретическая плотность нормального распределения определяется формулой

$$f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}}, \quad \text{где } a = \bar{x}_g, \quad \sigma = \sigma_g.$$

Таким образом, теоретическая плотность случайной величины X запишется в виде

$$f(x) = \frac{1}{8,98\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-60,44)^2}{161,3}}.$$

Для построения графика плотности распределения составляем расчетную таблицу (табл. 6).

Таблица 6

x	$a - 3\sigma$	$a - 2\sigma$	$a - \sigma$	a	$a + \sigma$	$a + 2\sigma$	$a + 3\sigma$
$f(x)$	0,0005	0,006	0,0269	0,0444	0,0269	0,006	0,0005

График теоретической плотности строим на одном рисунке с гистограммой.

7. Для оценки неизвестного математического ожидания при неизвестном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности служит интервал

$$\bar{x}_g - t_\gamma \frac{\sigma_g}{\sqrt{n}} < a < \bar{x}_g + t_\gamma \frac{\sigma_g}{\sqrt{n}},$$

где $t_\gamma = t(\gamma; n)$ – критическая точка распределения Стьюдента (Приложение). По условию $\gamma = 0,95$; $n = 100$. Отсюда $t_\gamma = t(0,95; 100) = 1,984$.

Находим искомый интервал

$$60,44 - 1,984 \frac{8,98}{\sqrt{100}} < a < 60,44 + 1,984 \frac{8,98}{\sqrt{100}},$$

или окончательно

$$58,66 < a < 62,22$$

Производим расчет выборки Y .

1. По значениям выборки Y составляем вариационный ряд (табл.7).

Таблица 7

y_i	79	81	82	83	84	85	86	87	88	89	90	91	92	93	94	95	96	97
n_i	1	4	2	4	6	7	6	10	9	13	7	9	6	6	5	1	2	2

Определяем минимальное и максимальное значения выборки Y : $y_{\min} = 79$, $y_{\max} = 97$. Длину интервала находим по формуле

$$h = \frac{y_{\max} - y_{\min}}{1 + 3,332 \lg n} = \frac{97 - 79}{1 + 3,332 \lg 100} = 2,3486. \text{ Принимаем длину интервала } h = 2. \text{ Начало}$$

$$\text{первого интервала } y_{\text{нач}} = y_{\min} - \frac{h}{2} = 78.$$

Составляем интервальный ряд распределения. Варианту, значение которой совпадает с нижней границей интервала, включаем в i -й интервал, а варианту, значение которой совпадает с верхней границей интервала, включаем в следующий $(i+1)$ -й интервал. Данные заносим в расчетную таблицу (табл. 8).

Таблица 8

Начало интервал a y_i	Конец интервал a y_{i+1}	Середина интервал a \tilde{y}_i	Частота интервал a n_i	Относительная частота w_i	Плотность частоты w_i/h	Накопленные частоты $w_i^{\text{нак}}$
78	80	79	1	0,01	0,005	0,01
80	82	81	4	0,04	0,020	0,05
82	84	83	6	0,06	0,030	0,11
84	86	85	13	0,13	0,065	0,24
86	88	87	16	0,16	0,080	0,40
88	90	89	22	0,22	0,110	0,62
90	92	91	16	0,16	0,080	0,78
92	94	93	12	0,12	0,060	0,90
94	96	95	6	0,06	0,030	0,96
96	98	97	4	0,04	0,020	1,00

2. Находим выборочную среднюю, выборочную дисперсию и выборочное среднее квадратическое отклонение для выборки Y .

$$\bar{y}_e = \frac{\sum y_e \cdot n_i}{n} = 88,86.$$

$$D_e = \frac{\sum (\tilde{y}_i - \bar{y}_e)^2 \cdot n_i}{n} = 15,7004.$$

$$\sigma_e = \sqrt{D_e} = \sqrt{15,7004} = 3,96.$$

3. Записываем эмпирическую функцию распределения по значениям столбца $w_i^{\text{нак}}$ (табл. 8).

$$F^*(y) = \begin{cases} 0 & y \leq 79 \\ 0,01 & 79 < y \leq 81 \\ 0,05 & 81 < y \leq 83 \\ 0,11 & 83 < y \leq 85 \\ 0,24 & 85 < y \leq 87 \\ 0,40 & 87 < y \leq 89 \\ 0,62 & 89 < y \leq 91 \\ 0,78 & 91 < y \leq 93 \\ 0,90 & 93 < y \leq 95 \\ 0,96 & 95 < y \leq 97 \\ 1 & y > 97 \end{cases}$$

Строим график эмпирической функции распределения.

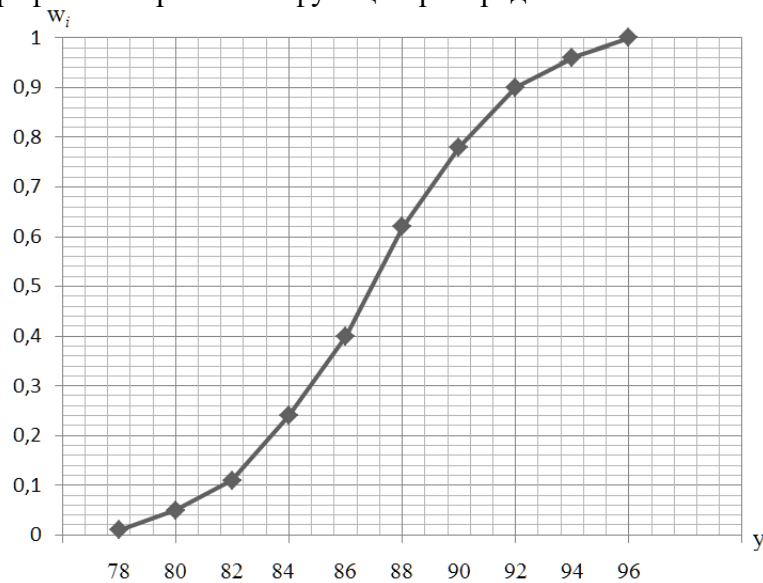


Рис. 3. График эмпирической функции распределения

4. По интервальному ряду распределения значения столбца w_i/h (табл. 2) строим гистограмму относительных частот для выборки X.

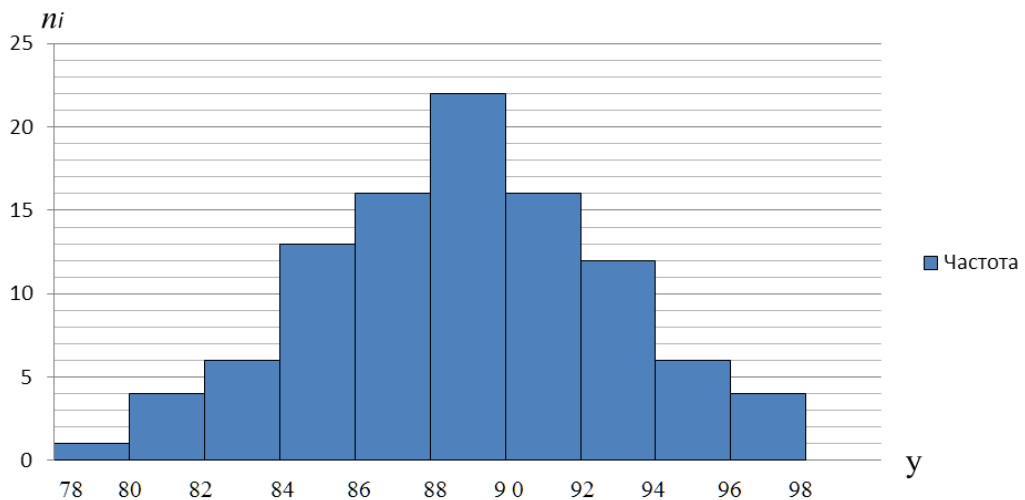


Рис. 4. Гистограмма относительных частот для выборки

5. Проверяем гипотезу о нормальном законе распределения случайной величины Y. Теоретические частоты находятся по формуле

$$n_i^T = n[\Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)],$$

где $\Phi(z)$ – значения функции Лапласа (Приложение 1).

$$z_i = \frac{y_i - \bar{y}_e}{\sigma_e}, \quad z_{i+1} = \frac{y_{i+1} - \bar{y}_e}{\sigma_e}.$$

Составляем расчетную таблицу (табл. 9)

Таблица 9

y_i	y_{i+1}	z_i	z_{i+1}	$\Phi(z_i)$	$\Phi(z_{i+1})$	$p_i = \Phi(z_{i+1}) - \Phi(z_i)$	$n_i^T = n \cdot p_i$
78	80	$-\infty$	-2,24	-0,5	-0,4875	0,0125	1,25
80	82	-2,24	-1,73	-0,4875	-0,4582	0,0293	2,93
82	84	-1,73	-1,23	-0,4582	-0,3907	0,0675	6,75
84	86	-1,23	-0,72	-0,3907	-0,2642	0,1265	12,65
86	88	-0,72	-0,22	-0,2642	-0,0871	0,1771	17,71
88	90	-0,22	0,29	-0,0871	0,1141	0,2012	20,12
90	92	0,29	0,79	0,1141	0,2852	0,1711	17,11
92	94	0,79	1,30	0,2852	0,4032	0,1180	11,80
94	96	1,30	1,80	0,4032	0,4641	0,0609	6,09
96	98	1,80	$+\infty$	0,4641	0,5	0,0359	3,59
						$\sum p_i = 1$	$\sum n_i^T = 100$

Получаем таблицу для эмпирических и теоретических частот (табл. 10).

Таблица 10

n_i	1	4	6	13	16	22	16	12	6	4
n_i^T	1,25	2,93	6,75	12,65	17,71	20,12	17,11	11,80	6,09	3,59

Проверяем гипотезу о нормальном распределении выборки X с помощью критерия Пирсона.

Объединяем малочисленные эмпирические ($n_i < 5$) и соответствующие им теоретические частоты (табл. 11).

Таблица 11

n_i	5	6	13	16	22	16	12	10
n_i^T	4,18	6,75	12,65	17,71	20,12	17,11	11,80	9,68

Вычисляем наблюдаемое значение критерия Пирсона

$$\chi^2_{набл} = \sum \frac{(n_i - n_i^T)^2}{n_i^T} = \frac{(5 - 4,18)^2}{4,18} + \frac{(6 - 6,75)^2}{6,75} + \frac{(13 - 12,65)^2}{12,65} + \frac{(16 - 17,71)^2}{17,71} + \frac{(22 - 20,12)^2}{20,12} + \frac{(16 - 17,11)^2}{17,11} + \frac{(12 - 11,80)^2}{11,80} + \frac{(10 - 9,68)^2}{9,68} = 0,81.$$

По таблице критических точек распределения χ^2 по заданному уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = s - 3$ (s – число интервалов, оставшихся после объединения малочисленных частот) находим критическую точку правосторонней критической области (Приложение 3)

$$\chi^2_{кр}(0,05; 5) = 11,1.$$

Так как $\chi^2_{набл} < \chi^2_{кр}$, то гипотезу о нормальном распределении исследуемой случайной величины принимаем.

6. Записываем теоретическую плотность нормального распределения

$$f(y) = \frac{1}{3,96\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(y-88,86)^2}{31,36}}.$$

Для построения графика плотности распределения составляем расчетную таблицу (табл. 12).

Таблица 12

y	$a - 3\sigma$	$a - 2\sigma$	$a - \sigma$	a	$a + \sigma$	$a + 2\sigma$	$a + 3\sigma$
$f(y)$	0,0011	0,0136	0,0611	0,1007	0,0611	0,0136	0,0011

График теоретической плотности строим на одном рисунке с гистограммой.

7. Для оценки неизвестного математического ожидания при неизвестном среднем квадратическом отклонении генеральной совокупности служит интервал

$$\bar{y}_e - t_\gamma \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}} < a < \bar{y}_e + t_\gamma \frac{\sigma_e}{\sqrt{n}},$$

где $t_\gamma = t(\gamma; n)$ – критическая точка распределения Стьюдента (Приложение). По условию $\gamma = 0,95; n = 100$. Отсюда $t_\gamma = t(0,95; 100) = 1,984$.

Находим искомый интервал

$$88,86 - 1,984 \frac{3,96}{\sqrt{100}} < a < 88,86 + 1,984 \frac{3,96}{\sqrt{100}},$$

или окончательно

$$88,07 < a < 89,65.$$

По значениям интервалов, найденных для выборок X и Y, составляем корреляционную таблицу (табл. 13).

Таблица 13

X/Y	38-44	44-50	50-56	56-62	62-68	68-74	74-80	74-80	n_y
	41	47	53	59	65	71	77	83	
78-80	1								1
79									
80-82	1	3							4

81									
82-84 83		5	1						6
84-86 85		3	9	1					13
86-88 87		1	2	13					16
88-90 89			5	11	6				22
90-92 91				1	11	4			16
92-94 93				1	2	7	2		12
94-96 95					2	2	2		6
96-98 97						1	2	1	4
n_x	2	12	17	27	21	14	6	1	$n = 100$

Выборочный коэффициент корреляции находится по формуле

$$r_e = \frac{\overline{xy} - \bar{x} \cdot \bar{y}}{\sigma_x \sigma_y}.$$

Значения \bar{x} , \bar{y} , σ_x , σ_y получены ранее при расчете выборок X и Y:

$$\bar{x} = 60,44, \quad \bar{y} = 88,86, \quad \sigma_x = 8,98, \quad \sigma_y = 3,96.$$

Значение \overline{xy} находим по формуле

$$\overline{xy} = \frac{\sum_{i=1}^{n_y} \sum_{j=1}^{n_x} n_{ij} \cdot \tilde{y}_i \cdot \tilde{x}_j}{n},$$

где n_y , n_x – число интервалов выборки Y и выборки X, соответственно;

\tilde{y}_i , \tilde{x}_j – середины интервалов выборки Y и выборки X, соответственно;

n_{ij} – число наблюдений, попадающих одновременно в i -й интервал выборки Y и в j -й интервал выборки X;

n – объем выборки.

Вычисляем:

$$\begin{aligned} \overline{xy} = & \frac{1 \cdot 79 \cdot 41 + 1 \cdot 81 \cdot 41 + 3 \cdot 81 \cdot 47 + 5 \cdot 83 \cdot 47 + 1 \cdot 83 \cdot 53 + 3 \cdot 85 \cdot 47 + 9 \cdot 85 \cdot 53}{100} + \\ & + \frac{1 \cdot 85 \cdot 59 + 1 \cdot 87 \cdot 47 + 2 \cdot 87 \cdot 53 + 13 \cdot 87 \cdot 59 + 5 \cdot 89 \cdot 53 + 11 \cdot 89 \cdot 59 + 6 \cdot 89 \cdot 65 + 1 \cdot 91 \cdot 59}{100} + \\ & + \frac{11 \cdot 91 \cdot 65 + 4 \cdot 91 \cdot 71 + 1 \cdot 93 \cdot 59 + 2 \cdot 93 \cdot 65 + 7 \cdot 93 \cdot 71 + 2 \cdot 93 \cdot 77 + 2 \cdot 95 \cdot 65 + 2 \cdot 95 \cdot 77}{100} + \\ & + \frac{1 \cdot 97 \cdot 71 + 2 \cdot 97 \cdot 77 + 1 \cdot 97 \cdot 83}{100} = 5402,7. \end{aligned}$$

Находим выборочный коэффициент корреляции

$$r_e = \frac{5402,7 - 60,44 \cdot 88,86}{8,89 \cdot 3,96} = 0,9.$$

8. При заданном уровне значимости проверяем нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента корреляции $H_0 : r_2 = 0$ при конкурирующей гипотезе $H_1 : r_2 \neq 0$.

В качестве критерия проверки нулевой гипотезы принимаем случайную величину

$$T = \frac{r_e \sqrt{n-2}}{\sqrt{1-r_e^2}},$$

которая имеет распределение Стьюдента с $k = n - 2$ степенями свободы.

Находим наблюдаемое значение критерия

$$T_{набл} = \frac{0,9 \sqrt{100-2}}{\sqrt{1-0,9^2}} = 20,32.$$

По условию конкурирующая гипотеза имеет вид $H_1 : r_2 \neq 0$, поэтому критическая область двусторонняя.

По уровню значимости $\alpha = 0,05$ и числу степеней свободы $k = n - 2 = 98$ находим по таблице (Приложение 4) для двусторонней критической области критическую точку

$$t_{кр} = (0,05; 98) = 1,99.$$

Поскольку $|T_{набл}| > t_{кр}$, то нулевую гипотезу отвергаем, то есть выборочный коэффициент корреляции значимо отличается от нуля и признаки X и Y коррелированы.

9. Находим уравнение регрессии Y по X

$$y - \bar{y} = r_e \frac{\sigma_y}{\sigma_x} (x - \bar{x})$$

Получаем

$$y = 0,4x + 64,9.$$

Строим график уравнения регрессии на корреляционном поле.

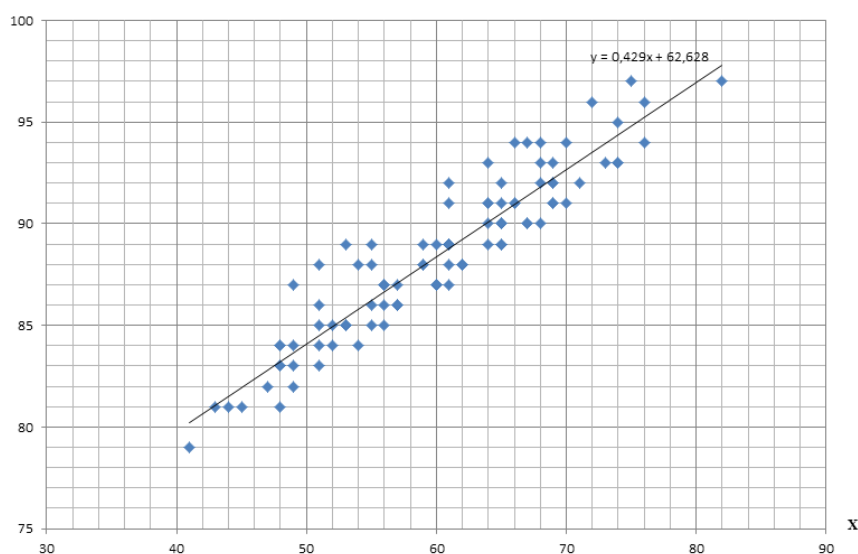


Рис. 4. Корреляционное поле и график уравнения регрессии

– оценка «зачтено» выставляется обучающемуся, если работа выполнена своевременно и в ней изложено правильное и полное решение всех задач с необходимыми теоретическими обоснованиями;

– оценка «не зачтено» выставляется обучающемуся, если работа содержит менее 50% правильно и полностью решенных задач без необходимых теоретических обоснований.

Доклад

Примерная тематика докладов на научную конференцию по дисциплине

- 1) Использование дисперсионного анализа данных в научных исследованиях и опытах.
- 2) Использование непараметрических критериев в процессе обработки результатов статистических наблюдений
- 3) Качественный анализ результатов статистических наблюдений

Критерии и шкала оценивания докладов конференции:

оценка «зачтено» выставляется, если обучающийся:

– подготовил по теме краткий конспект по заданной теме, отражающий основные положения рассматриваемого вопроса;

– подготовил презентацию и выступил на студенческой научной конференции;

оценка «не зачтено» выставляется:

– если не подготовлен краткий конспект или в нем не раскрыто основное содержание материала по заданной теме и не сделан доклад на студенческой научной конференции.

Оценочные средства для проведения промежуточной аттестации

Перечень вопросов к зачету

1. Основы статистического описания. Генеральная и выборочная совокупность.
2. Вариационный ряд, его числовые характеристики и графическое представление.
3. Статистические оценки. Точечные оценки.
4. Интервальная оценка. Доверительный интервал. Уровень значимости. Доверительный интервал для оценки математического ожидания и среднего квадратичного отклонения нормального распределения.
5. Статистическая гипотеза. Ошибки первого и второго рода. Общая схема проверки гипотез.
6. Проверка гипотезы о равенстве генеральных средних двух нормальных совокупностей.
7. Проверка гипотезы о равенстве генеральных дисперсий двух нормальных совокупностей
8. Проверка гипотезы о распределении генеральной совокупности. Критерии согласия Пирсона.
9. Критерий согласия Колмогорова.
10. Функциональная, статистическая и корреляционная зависимости. Основные положения корреляционно-регрессионного анализа.
11. Линейная парная регрессия. Коэффициент корреляции. Уравнения регрессии.
12. Проверка значимости и интервальная оценка параметров связи.
13. Понятие о нелинейной регрессии. Корреляционное отношение.
14. Однофакторный дисперсионный анализ.
15. Двухфакторный корреляционный анализ.
16. Понятие о многомерном корреляционном анализе.

8.3 Критерии оценивания уровня сформированности компетенций

Оценка результатов обучения по дисциплине в форме уровня сформированности компонентов знать, уметь, владеть заявленных дисциплинарных компетенций проводится по 2-х бальной шкале оценивания путем выборочного контроля во время зачета.

При оценке уровня сформированности дисциплинарных компетенций в рамках выборочного контроля на зачете считается, что полученная оценка за компонент проверяемой в билете дисциплинарной компетенции обобщается на соответствующий компонент всех дисциплинарных компетенций, формируемых в рамках данной дисциплины.

Шкала оценивания зачета

Результат зачета	Критерии
«зачтено»	Обучающийся отвечает на вопрос полно и развернуто, четко формулирует определения, касающиеся вопроса, подтверждает свой ответ фактическими примерами
«не зачтено»	Обучающийся неправильно формулирует основные определения, касающиеся вопроса, или вообще не может их дать, не подтверждает свой ответ фактическими примерами

8.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Оценка знаний, умений, навыков, характеризующая этапы формирования компетенций по дисциплине «Математическая статистика» проводится в форме текущей и промежуточной аттестации.

Контроль текущей успеваемости обучающихся – текущая аттестация – проводится в ходе семестра с целью определения уровня усвоения обучающимися знаний; формирования у них умений и навыков; своевременного выявления преподавателем недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по ее корректировке; совершенствованию методики обучения; организации учебной работы и оказания обучающимся индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся:

- на занятиях (устный опрос, решение задач);
- по результатам выполнения индивидуальных домашних заданий (ИДЗ);
- по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов;
- по результатам отчета обучающихся в ходе индивидуальной консультации преподавателя, проводимой в часы самоподготовки, по имеющимся задолженностям.

Контроль за выполнением обучающимися каждого вида работ может осуществляться поэтапно и служит основанием для предварительной аттестации по дисциплине.

Промежуточная аттестация по дисциплине проводится с целью выявления соответствия уровня теоретических знаний, практических умений и навыков по дисциплине требованиям ФГОС по направлению подготовки в форме экзамена.

Экзамен проводится после завершения изучения дисциплины в объеме рабочей учебной программы. Форма проведения экзамена определяется кафедрой (устный – по билетам, либо путем собеседования по вопросам; письменная работа, тестирование и др.). Оценка по результатам экзамена: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Все виды текущего контроля осуществляются на практических занятиях, во время выполнения индивидуальных домашних заданий, а также по результатам доклада на научной студенческой конференции.

Каждая форма контроля по дисциплине включает в себя теоретические вопросы, позволяющие оценить уровень освоения обучающимися знаний и практические задания, выявляющие степень сформированности умений и навыков.

Процедура оценивания компетенций, обучающихся основана на следующих стандартах:

1. Периодичность проведения оценки (на каждом занятии).
2. Многоступенчатость: оценка (как преподавателем, так и обучающимися группы) и самооценка обучающегося, обсуждение результатов и комплекса мер по устранению недостатков.
3. Единство используемой технологии для всех обучающихся, выполнение условий сопоставимости результатов оценивания.
4. Соблюдение последовательности проведения оценки: предусмотрено, что развитие компетенций идет по возрастанию их уровней сложности, а оценочные средства на каждом этапе учитывают это возрастание.


Краткая характеристика процедуры реализации текущего контроля и промежуточной аттестации по дисциплине для оценки компетенций обучающихся представлена в таблице:

№ п/п	Наименование оценочного средства	Краткая характеристика процедуры оценивания компетенций	Представление оценочного средства в фонде
1	Доклад	Продукт самостоятельной работы обучающегося, представляющий собой публичное выступление по представлению полученных результатов решения определенной учебно-исследовательской или научной темы. Тематика докладов выдается на занятии, выбор темы осуществляется самостоятельно. Подготовка осуществляется во внеаудиторное время. Результаты озвучиваются на научных студенческих конференциях, регламент – 7 мин. на выступление. В оценивании результатов наравне с преподавателем принимают участие обучающиеся.	Темы докладов
2	Индивидуальное домашнее задание	Средство проверки умений применять полученные теоретические знания по дисциплине для решения типовых задач	индивидуальное домашнее задание
3	Устный опрос	Средство контроля знаний основных понятий и законов дисциплины. Может проводиться в начале/конце лекционного или практического занятия в течение 15-20 мин. Либо устный опрос проводится в течение всего практического занятия по заранее выданной тематике. Выбранный преподавателем обучающийся может отвечать с места либо у доски.	Вопросы по темам/разделам дисциплины
4	Зачет	Проводится в заданный срок, согласно графику учебного процесса. При выставлении оценок учитывается уровень приобретенных компетенций обучающегося. Компонент «знать» оценивается теоретическими вопросами по содержанию дисциплины, компоненты «уметь» и «владеть» - практикоориентированными заданиями	Комплект вопросов к зачету

Рабочая программа составлена на основании федерального государственного образовательного стандарта высшего образования (ФГОС ВО).

Рабочую программу разработал:

профессор кафедры «Физика, математика и информационные технологии»
д-р пед. наук, доцент О. Н. Беришвили


подпись

Рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Физика, математика и информационные технологии» «23» апреля 2024 г., протокол № 8.

Заведующий кафедрой

канд. физ.-мат. наук, доцент Д. В. Миронов


подпись

СОГЛАСОВАНО:

Председатель методической комиссии агрономического факультета,
канд. с.-х. наук, доцент Ю. В. Степанова


подпись

Руководитель ОПОП ВО

канд. с.-х. наук, доцент О. Л. Салтыкова


подпись

И.о. начальника УМУ М. В. Борисова


подпись